Révisions avant le bac blanc – Géométrie

Exercice G1 *Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Aucune justification n'est demandée.*

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $\left(O;\vec{\imath};\vec{\jmath};\vec{k}\right)$. On considère :

• la droite d passant par les points $A(1;1;-2)$ et $B(-1;3;2)$.

• la droite d' de représentation paramétrique : $\begin{cases} x=-4+3t \\ y=6-3t \\ z=8-6t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$

1. Parmi les points suivants, lequel appartient à la droite d' ?

a. $M_1(-1;-3;2)$ **b.** $M_2(11;-9;-22)$ **c.** $M_3(-7;9;2)$ **d.** $M_4(-2;3;4)$

2. Un vecteur directeur de la droite d' est :

a. $\vec{u}\begin{pmatrix}-4\\6\\8\end{pmatrix}$ **b.** $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\3\\6\end{pmatrix}$ **c.** $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-3\\-6\end{pmatrix}$ **d.** $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\3\\2\end{pmatrix}$

3. Une représentation paramétrique de la droite (AB) est :

a. $\begin{cases} x=-2+t' \\ y=2+t' \\ z=4-2t' \end{cases} t'\in\mathbb{R}$ **b.** $\begin{cases} x=1-2t' \\ y=1+2t' \\ z=2+4t' \end{cases} t'\in\mathbb{R}$ **c.** $\begin{cases} x=-1-t' \\ y=3+t' \\ z=2 \end{cases} t'\in\mathbb{R}$ **d.** $\begin{cases} x=1+2t' \\ y=1-2t' \\ z=-2-4t' \end{cases} t'\in\mathbb{R}$

4. Les droites d et d' sont :

a. sécantes **b.** strictement parallèles **c.** non coplanaires **d.** confondues

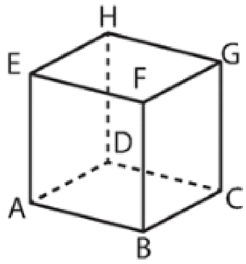
5. Soient $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\-1\\3\end{pmatrix}$; $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\-2\\1\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}1\\5\\-7{,}5\end{pmatrix}$. Alors :

a. $\vec{w}=-2\vec{u}-1{,}5\vec{v}$ **b.** $\vec{w}=-3\vec{u}+\vec{v}$ **c.** $3\vec{u}+2\vec{v}+\vec{w}=\vec{0}$ **d.** $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires

6. On considère un cube $ABCDEFGH$ muni du repère $\left(D,\overrightarrow{DA};\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DH}\right)$.

Les coordonnées du milieu de $[FG]$ sont :

a. $(1;0{,}5;1)$ **b.** $(0{,}5;1;1)$ **c.** $(1;1;0{,}5)$ **d.** $(-0{,}5;1;1)$



Exercice G2 L'espace est rapporté au repère $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath};\vec{k})$.

On considère les points $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(2;-1;1)$ et $D(3;-1;1)$.

On donne des représentations paramétriques des droites d et d' :

d: $\begin{cases} x=2t+2 \\ y=-3t-4 \\ z=-8t+3 \end{cases}, t\in\mathbb{R}$ et d': $\begin{cases} x=4t'+1 \\ y=-9t'+2 \\ z=10t'-5 \end{cases}, t'\in\mathbb{R}$.

Pour chacune des cinq affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse.

1. D est l'image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

2. Les droites d et (AB) sont parallèles.

3. Les droites d et (AB) sont coplanaires.

4. $(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AD})$ est un repère de l'espace.

5. La droite d' est parallèle au plan (ABD).

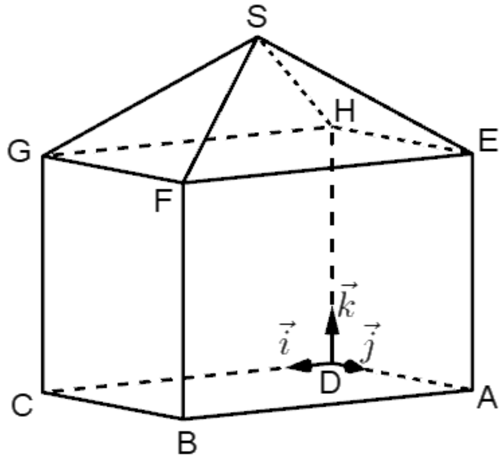
Exercice G3 Une maison est modélisée par un parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$ surmonté d'une pyramide $EFGHS$.

On a $DC = 6$, $DA = DH = 4$.

Soient les points I, J et K tel que $\overrightarrow{DI} = \frac{1}{6}\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{DJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{DA}$ et $\overrightarrow{DK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{DH}$.

En notant $\vec{\imath} = \overrightarrow{DI}$, $\vec{\jmath} = \overrightarrow{DJ}$ et $\vec{k} = \overrightarrow{DK}$,

on se place dans le repère orthonormé $(D; \vec{\imath}; \vec{\jmath}; \vec{k})$.



On admet que le point S a pour coordonnées $(3; 2; 6)$.

1. Donner, sans justifier, les coordonnées des points B, E, F et G.

2. Démontrer que le volume de la pyramide $EFGHS$ représente le septième du volume total de la maison.

On rappelle que le volume V d'un tétraèdre est donné par la formule suivante :

$$V = \frac{1}{3} \times (\text{aire de la base}) \times \text{hauteur}$$

3. **a.** Donner les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{BS}$.

b. En déduire une représentation paramétrique de la droite (BS).

4. On admet que la droite (AF) admet pour représentation paramétrique : $\begin{cases} x = 3t \\ y = 4 \\ z = 2t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$.

Un oiseau vole en suivant une trajectoire modélisée par la droite (d),

admettant pour représentation paramétrique (d): $\begin{cases} x = -4 + s \\ y = 8 - 2s \\ z = 2 + s \end{cases} \quad s \in \mathbb{R}$.

a. Justifier que les droites (d) et (AF) ne sont pas parallèles.

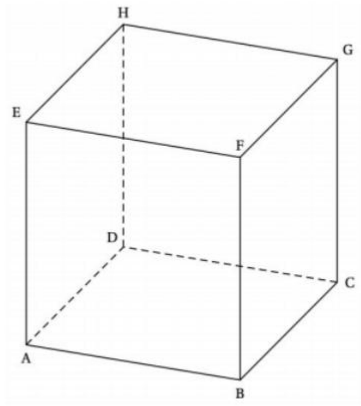
b. La trajectoire de l'oiseau va-t-elle couper la droite (AF) ?

Exercice G4

Soit $ABCDEFGH$ un cube.

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $\left(A, \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE}\right)$.

Pour tout réel t, on considère le point M de coordonnées $(1 - t; t; t)$.



1. Justifier que les 3 vecteurs $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AE}$ définissent bien une base de l'espace.

2. a. Donner les coordonnées des points B et H dans le repère $\left(A, \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE}\right)$ puis calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{BH}$ et $\overrightarrow{BM}$.

b. En déduire que les points B; H et M sont alignés.

3. On admet que les droites (BH) et (FC) ont respectivement pour représentation paramétrique :

$$(BH): \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = t \end{cases} \text{ où } t \in \mathbb{R} \quad \text{et } (FC): \begin{cases} x = 1 \\ y = t' \\ z = 1 - t' \end{cases} \text{ où } t' \in \mathbb{R}$$

Montrer que les droites (BH) et (FC) sont non-coplanaires.

4. *Attention : cette question est... calculatoire.* Pour tout réel t' on considère le point $M'(1; t'; 1 - t')$.

a. Montrer que pour tout réels t et t' :

$$MM'^2 = 3\left(t - \frac{1}{3}\right)^2 + 2\left(t' - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{6}$$

b. Trouver les valeurs de t et t' pour lesquelles MM'^2 est minimale.

En déduire que la plus petite valeur de la distance MM' est égale à $\sqrt{\frac{1}{6}}$.