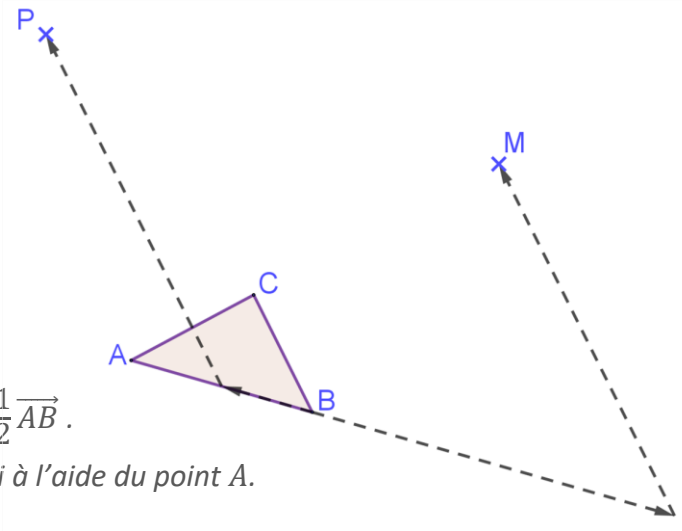
Correction des exercices sur les vecteurs et combinaisons linéaires

Exercice 1

Comme souvent avec ce genre d'exercices, tout dépend du triangle que vous tracez.
Notez que le $-3\overrightarrow{CB}$ qui permet de placer le point M est égal au $3\overrightarrow{BC}$ qui permet de placer P.



Exercice 2

a. *M est le milieu de $[AB]$, donc on sait aussi que $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.*

On utilise la relation de Chasles pour décomposer $\overrightarrow{MN}$, ici à l'aide du point A.

$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN}$

L'énoncé nous fournit une égalité avec $\overrightarrow{BN}$, donc on utilise la relation de Chasles sur $\overrightarrow{AN}$, à l'aide du point B.

$\overrightarrow{MN} = -\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN}$

$\overrightarrow{MN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{MN} = \boldsymbol{\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}}$

b. *Ici aussi, on décompose $\overrightarrow{MN}$, à l'aide de B puis A par exemple.*

$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BN}$

$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN}$

On utilise ensuite les égalités données par l'énoncé.

$\overrightarrow{MN} = -\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{BA}$

$\overrightarrow{MN} = -2\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AB}$

On a trouvé $\overrightarrow{BC}$ mais on veut $\overrightarrow{AB}$ ou $\overrightarrow{AC}$. On utilise Chasles sur $\overrightarrow{BC}$ en n'oubliant pas le -2 en facteur.

$\overrightarrow{MN} = -2\left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}\right) + 4\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{MN} = -2\overrightarrow{BA} - 2\overrightarrow{AC} + 4\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{MN} = \boldsymbol{2\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}}$

c. *D'après l'énoncé, $\overrightarrow{BI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$.*

$\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AJ}$

$\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{IJ} = -\overrightarrow{BI} - \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{IJ} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{IJ} = -\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}\right) - \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{IJ} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{IJ} = \boldsymbol{-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}}$

charly-piva.fr

Correction des exercices sur les plans dans l'espace

Exercice 1

Le plan (CEG) est défini par le point C et les vecteurs $\overrightarrow{CE}$ et $\overrightarrow{CG}$.

Pour montrer que M appartient au plan, il faut par exemple exprimer le vecteur $\overrightarrow{CM}$ comme une combinaison linéaire des vecteurs $\overrightarrow{CE}$ et $\overrightarrow{CG}$.

$\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{EM}$

$\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CE} + \frac{1}{2}\overrightarrow{EA}$ *On utilise le fait que le point M est le milieu du segment $[AE]$.*

$\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CE} + \frac{1}{2}\overrightarrow{GC}$ *Dans ce cube, les vecteur $\overrightarrow{EA}$ et $\overrightarrow{GC}$ sont égaux.*

$\overrightarrow{CM} = \boldsymbol{\overrightarrow{CE} - \frac{1}{2}\overrightarrow{CG}}$

Ainsi, le point M appartient bien au plan (CEG).

Exercice 2

a. Le plan (SAC) est défini par le point S et les vecteurs $\overrightarrow{SA}$ et $\overrightarrow{SC}$.

b. $\overrightarrow{SI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{SO}$ *On peut commencer par se rappeler que I est le milieu de $[SO]$.*

$\overrightarrow{SI} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{AO}\right)$

$\overrightarrow{SI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{SA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AO}$

$\overrightarrow{SI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{SA} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ *De même, O est le milieu de $[AC]$.*

$\overrightarrow{SI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{SA} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$

On pourrait s'arrêter ici car $\overrightarrow{AC}$ est un vecteur du plan (SAC), donc on a bien exprimé $\overrightarrow{SI}$ comme combinaison linéaire de deux vecteurs de (SAC). Mais si on veut absolument trouver $\overrightarrow{SA}$ et $\overrightarrow{SC}$…

$\overrightarrow{SI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{SA} + \frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{SC}\right)$

$\overrightarrow{SI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{SA} - \frac{1}{4}\overrightarrow{SA} + \frac{1}{4}\overrightarrow{SC}$

$\overrightarrow{SI} = \boldsymbol{\frac{1}{4}\overrightarrow{SA} + \frac{1}{4}\overrightarrow{SC}}$ ainsi, $I \in (SAC)$.

Exercice 3

1. *Pour que trois points définissent un plan, il faut que ces trois points ne soient pas alignés.*

Les vecteurs $\overrightarrow{BG}$ et $\overrightarrow{BR}$ ne sont pas colinéaires, donc **B, R et G ne sont pas alignés** et définissent un plan.

Ce plan est caractérisé par le point B et les vecteurs $\overrightarrow{BG}$ et $\overrightarrow{BR}$.

2. $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BR} + \overrightarrow{RM}$

$\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BR} + \overrightarrow{RE} + \overrightarrow{EM}$

$\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BR} + \frac{1}{2}\overrightarrow{HE} + \frac{1}{2}\overrightarrow{EA}$

$\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BR} + \frac{1}{2}\overrightarrow{GF} + \frac{1}{2}\overrightarrow{FB}$

$\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BR} + \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{GF} + \overrightarrow{FB}\right)$

$\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BR} + \frac{1}{2}\overrightarrow{GB}$

$\overrightarrow{BM} = \boldsymbol{\overrightarrow{BR} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BG}}$ et ainsi, $M \in (BRG)$.