

Devoir surveillé sur le chapitre 3

Exercice 1 (7 pts)

Dans toutes les questions, l'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

1. On considère les points $A(1; 2; 5)$ et $B(2; 0; 2)$.

Déterminer une représentation paramétrique de la droite (AB) .

2. On considère la droite (d_1) dont une représentation paramétrique est $(d_1) : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = 4 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

a. Les points $M(-5; -5; 1)$ et $N(-3; -4; 6)$ appartiennent-ils à (d_1) ?

b. Le vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ est-il un vecteur directeur de (d_1) ?

On considère aussi la droite (d_2) dont une représentation paramétrique est $(d_2) : \begin{cases} x = t + 8 \\ y = 1 \\ z = 3t + 4 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

c. Justifier que (d_1) et (d_2) ne sont pas parallèles.

d. Déterminer la position relative de (d_1) et (d_2) . Si elles sont sécantes, donner leur point d'intersection.

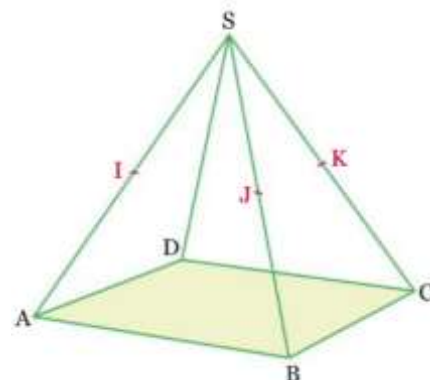
Exercice 2 (3 pts) On considère une pyramide $SABCD$ dont la base $ABCD$ est

un parallélogramme. I, J et K sont les milieux respectifs de $[SA]$, $[SB]$ et $[SC]$.

On rappelle que si dans un triangle, une droite passe par les milieux de deux côtés, alors cette droite est parallèle au troisième côté.

a. Déterminer en justifiant soigneusement, la position relative de la droite (IJ) et du plan (ABC) .

b. Déterminer en justifiant soigneusement, la position des plans (SIK) et (ABC) , et leur droite d'intersection s'ils sont sécants.



Exercice 3 (8 pts)

Dans un cube $ABCDEFGH$, le point I est le milieu du segment $[AE]$,

le point J est le centre du carré $CDHG$

et les points M et N sont définis par $\overrightarrow{EM} = \frac{1}{3} \overrightarrow{EH}$ et $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AC}$.

De plus, K est le milieu du segment $[MN]$.

1. Donner les coordonnées des points I et J dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE})$.

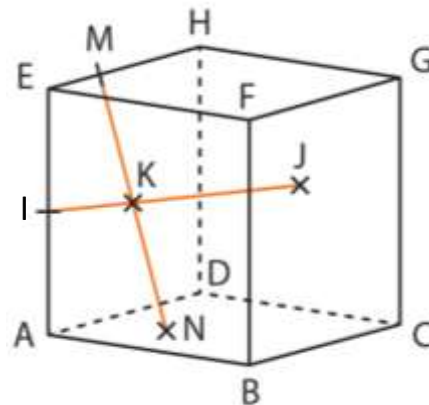
2. En déduire la longueur du segment $[IJ]$. On attend la valeur exacte.

3. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (IJ) .

4. Calculer les coordonnées des points M, N et K .

5. Démontrer que les points I, J et K sont alignés.

6. Le quadrilatère $INJM$ est-il un parallélogramme ? Justifier.



Exercice 4 (2 pts)

On considère les droites (d_1) et (d_2) dont on donne une représentation paramétrique .

$(d_1) : \begin{cases} x = -2t \\ y = 2 - 4t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$ et $(d_2) : \begin{cases} x = -2 + t' \\ y = -2 + 2t' \\ z = -1 - t' \end{cases}$ où t et t' sont réels.

Montrer que ces deux droites sont parallèles. Montrer ensuite qu'elles sont confondues.