## Exercices sur l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev

**Exercice 1**

Dans une gare, le nombre moyen de passagers par jour est évalué à 4 000, avec une variance de 1 300. On note $X$ le nombre de passagers dans cette gare sur une journée. Montrer que la probabilité que le nombre de passagers soit strictement compris entre 3 900 et 4 100 est supérieure à 87%.

**Exercice 2**

Après étude de sa production, un boulanger constate que la masse moyenne de ses pains s'élève à 275 g. Il décide que seuls les pains dont la masse est strictement comprise entre 250 g et 300 g peuvent être vendus.
On choisit un pain au hasard dans la production et on note $X$ la variable aléatoire correspondant à la masse du pain en grammes. On admet que $V(X) = 50$.
Donner une majoration de la probabilité que le pain choisi ne soit pas mis en vente.

**Exercice 3**

On s'intéresse à un échantillon de 20 enfants atteints d'allergie alimentaire choisis au hasard.
L'âge d'apparition des premiers symptômes allergiques de ces 20 enfants est modélisé par les variables aléatoires $A_1 ; A_2 ; \dots ; A_{20}$. On admet que ces variables aléatoires sont indépendantes et suivent la même loi d'espérance $4$ et de variance 2,25. On considère la variable aléatoire :

$$M_{20} = \frac{A_1 + A_2 + \cdots + A_{20}}{20}$$

**1.** Que représente la variable aléatoire $M_{20}$ dans le contexte de l'exercice ?
**2.** Déterminer l'espérance et la variance de $M_{20}$.
**3.** Justifier que $p(2 < M_{20} < 6) > 0{,}97$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

**Exercice 4**

Un supermarché dispose d'un stock de tomates. Il a été constaté que 9% de ces tomates ne sont pas commercialisables.
Dans ce stock, on constitue désormais un échantillon de $n$ tomates, où $n \in \mathbb{N}^*$.
On note $X_n$ la variable aléatoire égale au nombre de tomates non commercialisables et $F_n$ la variable aléatoire égale à la fréquence de tomates non commercialisables dans cet échantillon de $n$ tomates.
On a donc $F_n = \dfrac{X_n}{n}$
On admet que la variable aléatoire $X_n$ suit la loi binomiale de paramètres $n$ et $0{,}09$.
**a.** Calculer l'espérance $E(F_n)$ et exprimer la variance $V(F_n)$ en fonction de $n$.
**b.** Démontrer que $p(0{,}04 < F_n < 0{,}14) \geq 1 - \dfrac{32{,}76}{n}$
**c.** Le responsable des achats prélève dans le stock un échantillon de 500 tomates. Il s'aperçoit que 55 tomates ne sont pas commercialisables. Est-ce conforme à ce qu'il pouvait attendre ? Justifier la réponse.