

Correction de l'exercice sur les variables aléatoires

1. Un tirage, ici avec remise, correspond à un triplet : il y en a donc $8^3 = 512$.

2a. Sans répétition, c'est un arrangement : il y en a $8 \times 7 \times 6 = 336$.

2b. Par soustraction, il y a $512 - 336 = 176$ tirages comportant au moins une répétition de numéro.

3. X_1 peut valoir 1,2,3 ...,8 avec équiprobabilité. On dresse le tableau suivant :

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
$P(X_1 = x_i)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$

4.

$$E(X_1) = 1 \times \frac{1}{8} + 2 \times \frac{1}{8} + \dots + 8 \times \frac{1}{8} = \frac{1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8}{8} = 4,5$$

5. $E(S) = E(X_1 + X_2 + X_3)$

$= E(X_1) + E(X_2) + E(X_3)$ par linéarité de l'indépendance

$= 3 \times E(X_1)$ car les trois variables aléatoires suivent la même loi

$= 13,5$

6. $S = 24$ correspond à un unique tirage : (8,8,8). Ainsi :

$$p(S = 24) = \frac{1}{512}$$

7. Les tirages qui permettent de gagner un lot ne peuvent comporter que des 6 ou plus. Ce sont :

(8,8,8); (7,8,8); (8,7,8); (8,8,7); (6,8,8); (8,6,8); (8,8,6); (7,7,8); (7,8,7); (8,7,7)

On en compte bien 10.

8. Ainsi, la probabilité de gagner un lot est :

$$p(S \geq 22) = \frac{10}{512} = \frac{5}{256}$$