Correction de l'interrogation écrite sur les primitives

Exercice 1 (2 pts)

Il s'agit de dériver F. Pour $x \in]-\frac{1}{2};+\infty[$, on pose $u(x) = e^x$ et $v(x) = 2x + 1$.

On a $u'(x) = e^x$ et $v'(x) = 2$. Ainsi,

$$F'(x) = \frac{e^x \times (2x+1) - e^x \times 2}{(2x+1)^2} = \frac{2xe^x + e^x - 2e^x}{(2x+1)^2} = \frac{e^x(2x-1)}{(2x+1)^2}$$

F est donc bien une primitive de f.

Exercice 2 (1 pt pour F, G, H et J, 1,5 pt pour K)

$F: x \longmapsto \boldsymbol{x^2 - \frac{1}{3}x}$

$G: x \longmapsto \boldsymbol{\frac{x^4}{x} - x^3 + x}$

On remarque qu'une primitive de $x \longmapsto e^{-x}$ est $x \longmapsto -e^{-x}$, donc :

$H: x \longmapsto \boldsymbol{e^x + 2e^{-x}}$

j est de la forme $\frac{u'}{3\times 2\sqrt{u}}$ donc sa primitive sera de la forme $\frac{\sqrt{u}}{3}$

$J: x \longmapsto \boldsymbol{\frac{\sqrt{x^2+1}}{3}}$

On peut écrire k ainsi :

$k: x \longmapsto \frac{3x}{x^2} - \frac{1}{x^2} = \frac{3}{x} - \frac{1}{x^2}$

Ainsi, on trouve une primitive K par somme :

$K: x \longmapsto 3\ln(x) + \frac{1}{x}$

Exercice 3 (2,5 pts)

a. (0,5 pt) Les primitives de f sont de la forme $F(x) = x^3 - x^2 + k$ avec k réel.

(0,5 pt) Or $F(1) = 2 \Leftrightarrow 1 - 1 + k = 2 \Leftrightarrow k = 2$

Donc $F(x) = x^3 - x^2 + 2$

b. (0,5 pt) Les primitives de g sont de la forme $G(x) = 3e^x + k$ avec k réel.

(1 pt) Or $G(1) = e \Leftrightarrow 3e^1 + k = e \Leftrightarrow 3e + k = e \Leftrightarrow k = -2e$

Donc $G(x) = 3e^x - 2e$