

Exercices de révision

① Égalités et équations

Prouver une égalité : <https://youtu.be/8-Bc8Dy3cQQ> Résoudre une équation : <https://youtu.be/6gW4rXWr3fY>

Exercice 1 – Montrer des égalités Démontrer que les égalités suivantes sont vraies.

a. $x^2 + 4x + 3(x - 2) = x(x + 7) - 6$ b. $x^3 + 2x^2 - 5x + 2 = (x - 1)(x^2 + 3x - 2)$

Exercice 2 – Résoudre des équations Déterminer l'ensemble solution des équations suivantes.

a. $-x - 7 = 3x + 6$ b. $5(2x - 7) + 11 = 2x$ c. $\frac{x}{2} - \frac{1}{3} = \frac{5x}{3} + \frac{3}{4}$ d. $\frac{6x - 2}{5} = 4x + 1$

Exercice 3 – Carrés et équations produit nul

Déterminer l'ensemble solution des équations suivantes, sans utiliser les polynômes du second degré.

a. $x^2 - 16 = 0$ b. $2x^2 - 34 = 0$ c. $x^2 + 10 = 0$ d. $(2x - 3)(-x + 5) = 0$

Exercice 4 – Exprimer y en fonction de x

Modifier les égalités suivantes pour que y soit isolé, et donc exprimé en fonction de x.

a. $3x - y = 7$ b. $6x + 2y - 7 = 0$ c. $5x + 8y - 1 = y + 3x + 6$ d. $\frac{5}{y} = 3x$

② Factoriser

Factorisations simples : <https://youtu.be/r3AzqvgLcl8> Par une somme : <https://youtu.be/UGTFELhE9Dw>

Avec les 3 identités remarquables : <https://youtu.be/zj08XgINyJI> et avec $a^2 - b^2$: https://youtu.be/5YOsqgX_ils

Exercice 1 – Diverses factorisations

a. Factoriser les expressions suivantes. $A = 4y^2 - 7y$ $B = 5x^2 + 15x$ $C = x^3 + 5x^2 - 7x$

b. Factoriser les expressions par le facteur indiqué entre crochets.

$D = 0,7x - 4,2$ [0,7] $E = 7,65 + 0,9y$ [0,9] $F = 3x^2 - 9x$ [3x] $G = 14x^2 + 7x$ [7x]

c. Simplifier les fractions suivantes après avoir factorisé.

$$H = \frac{4x + 12}{4} \quad I = \frac{2x^2 - 6x}{2x} \quad J = \frac{3x - x^2}{5x + 4x^2}$$

Exercice 2 – Factoriser par une somme ou une différence entre parenthèses

a. $(2x - 3)(24x - 3) + (2x - 3)(-22x + 5)$ b. $(13t + 5)(-5t + 2) - (8t - 15)(13t + 5)$

c. $(x^2 + 5)3x + (7x - 1)(x^2 + 5)$ d. $(2x - 1)(x + 4) - (x + 4)^2$

Exercice 3 – Factoriser avec des identités remarquables Essayez d'obtenir directement le résultat final.

$$\begin{array}{lll} A = t^2 + 18t + 81 & B = x^2 - 12x + 36 & C = 81 + 16y^2 - 72y \\ D = x^2 - 16 & E = 100x^2 - 9 & F = 36 - 81z^2 \end{array}$$

Exercice 4 – Factoriser à l'aide des puissances

a. Factoriser les expressions par le facteur indiqué entre crochets.

$A = t^4 + 6t^3 - t^2$ [t^2] $B = 8x^3 - 10x^2 + 6x$ [$2x$] $C = 4x^2 + 7x - 1$ [x^2]

b. Même consigne, avec des fractions.

$D = \frac{5}{x} + \frac{7x^2}{x}$ [$\frac{1}{x}$] $E = \frac{3}{x} + 1$ [$\frac{1}{x}$] $F = \frac{6}{x^2} - \frac{1}{x} - 3$ [$\frac{1}{x^2}$]

c. Même consigne, avec la fonction exponentielle.

Rappel : Pour tous réels a et b, on a $e^{a+b} = e^a \times e^b$. Donc par exemple : $e^{2x} = e^{x+x} = e^x \times e^x$.

$G = e^{2x} - 3e^x$ [e^x] $H = e^{4x} + e^{-x}$ [e^{4x}] $I = e^x + e^{-x} + \frac{1}{e^{3x}}$ [e^{-x}]

③ Polynômes du second degré

Rappels : <https://youtu.be/youUIZ-wsYk>

Études de signe : <https://youtu.be/sFNW9KVtMY> et <https://youtu.be/pT4xtI2Yg2Q>

Exercice 1 – Racines et tableau de signes

Dans chaque cas, déterminer les racines et dresser le tableau de signes des polynômes.

On donnera la valeur exacte simplifiée des racines, la valeur approchée n'est pas demandée.

$$A(x) = -2x^2 - 4x + 30 \quad B(x) = x^2 - x - 7 \quad C(x) = 3x^2 - 6x + 3 \quad D(x) = 3x^2 - 3x + 4$$

Exercice 2 – Sur un intervalle restreint

- Dresser le tableau de signes du polynôme A de l'exercice 1, mais seulement sur l'intervalle $[-2; +\infty[$
- Dresser le tableau de signes du polynôme B de l'exercice 1, mais seulement sur l'intervalle $[1; 5]$
- Dresser le tableau de signes du polynôme C de l'exercice 1, mais seulement sur l'intervalle $] -\infty; 3[$

Exercice 3 – Changement de variable En posant $X = x^2$, résoudre l'équation $x^4 + x^2 - 6 = 0$.

Exercice 4 – Factorisation et équation produit nul

On considère la fonction polynôme du 3^{ème} degré f , définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 5x^2 - 5x + 9$.

- Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = (x - 1)(x^2 - 4x - 9)$.
- En déduire les racines de f , c'est-à-dire les solutions de l'équation $f(x) = 0$.

④ Inégalités et inéquations

Inéquations classiques : <https://youtu.be/ycYfb8aHssY> Polynômes du 2nd degré : <https://youtu.be/89gx7KTCCdg>

Exercice 1 – Inéquations classiques Donner l'ensemble solution des inéquations suivantes.

$$\text{a. } -5x + 1 < 2 - 3x \quad \text{b. } x - 14 \leq -4x + 1$$

Exercice 2 – Inéquations et polynômes Même consigne, mais il faudra étudier un polynôme du second degré.

$$\text{a. } 2x^2 - 14x + 24 \geq 0 \quad \text{b. } -x^2 + 2 > 5x - 3 \quad \text{c. } x^2 + 9 \geq 6x$$

Exercice 3 – Appliquer une fonction

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x(1 - x)$. On admet que cette fonction est croissante sur $[0; 0,5]$.

- Calculer $f(0)$ et $f(0,5)$.
- Soit x un réel tel que $0 \leq x \leq 0,5$. En utilisant la fonction f , montrer que $0 \leq x(1 - x) \leq 0,25$.

Exercice 4 – Appliquer une fonction

Soit la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{4x}{x-1}$

On admet que cette fonction est décroissante. Montrer que si $x \in [2; 3]$, alors $f(x) \in [6; 8]$.

⑤ Étudier un signe, dresser un tableau de signes

Fonctions affines : <https://youtu.be/zZ9SbX8mC2o> Tableau à plusieurs lignes : <https://youtu.be/50CByVTP4ig>

Exercice 1 – Fonctions affines Dresser le tableau de signes des expressions suivantes.

a. $5x + 10$ b. $-3x + 7$ c. $-x + 9$ d. $\frac{x}{3} - 4$

Exercice 2 – Produits & quotients Même consigne, mais vous devrez faire un tableau à plusieurs lignes.

a. $(x + 1)(-3x + 5)$ b. $\frac{4x - 7}{3x + 1}$ c. $3x(-7x - 1)$ d. $\frac{2x - 6}{x^2 + 5}$

Exercice 3 – Factorisations Même consigne, mais vous devrez d'abord factoriser l'expression.

Si possible, essayez de ne pas utiliser les polynômes du second degré.

a. $2x^2 - 6x$ b. $14x^2 - 7x^3$ c. $xe^x - 2e^x$ d. $5e^{2x} - 3xe^{2x}$ e. $\frac{4}{x} - 1$ f. $\frac{2}{x^2} - \frac{7}{3x}$

Exercice 4 – Tableau de variations Soit f la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$.

On donne son tableau de variations incomplet.

En calculant une information manquante, déterminer le signe de $f(x)$ sur $[0; +\infty[$.

x	0	2	$+\infty$
$f(x)$			

⑥ Dériver une fonction, tableau de variations

Rappels : <https://youtu.be/uMSNlIPBFhQ>

Exercices : <https://youtu.be/6C1O0BtNG30> et <https://youtu.be/g7UXoUcRMhE>

Exercice 1 - Somme et différence $u + v$ et $u - v$

Déterminer les dérivées des fonctions suivantes.

$f_1(x) = x^2 - x$ $f_2(x) = \frac{1}{x} + \sqrt{x}$ $f_3(x) = x^5 - x^3 + 7$ $f_4(x) = \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x}$

Exercice 2 - Multiplication par une constante ku

Déterminer les dérivées des fonctions suivantes. Si possible, simplifier les expressions obtenues.

$f_1(x) = 7x$ $f_2(x) = 5x^2$ $f_3(x) = \frac{1}{6}x^4$ $f_4(x) = \frac{5}{x}$ $f_5(x) = \frac{1}{3x}$ $f_6(x) = 10\sqrt{x}$ $f_7(x) = -5x^5$

Exercice 3 - Somme, différence et multiplication par une constante.

Déterminer les dérivées des fonctions suivantes. Cet exercice combine les compétences des exercices 1 et 2.

$f_1(x) = 2x^3 - x^2 + 7x$ $f_2(x) = x^4 - \frac{5}{2}x^2 + x + 6$ $f_3(x) = 5(x^2 + 3x - 4)$ $f_4(x) = \frac{\sqrt{x}}{3} - \frac{7}{x}$

Exercice 4 – Produits $u \times v$

Après avoir identifié les fonctions u et v et leurs dérivées, déterminer les dérivées des fonctions suivantes.

$f_1(x) = (3x - 7)(-x^2 + 4)$ $f_2(x) = \frac{1}{x}(9 - 6x)$ $f_3(x) = x^2\sqrt{x}$ $f_4(x) = -\frac{7}{x}\left(\frac{x^5}{10} - x^2\right)$

⑥ Dériver une fonction, tableau de variations (suite)

Exercice 5 – Quotients $\frac{u}{v}$

Après avoir identifié les fonctions u et v et leurs dérivées, déterminer les dérivées des fonctions suivantes.
Vous pouvez aussi déterminer leur ensemble de définition.

$$f_1(x) = \frac{-3x + 2}{4x + 1} \quad f_2(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x - 3} \quad f_3(x) = 2x - \frac{8x}{1 - 6x} \quad f_4(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^2 + 5}$$

Exercice 6 – Tableaux de variations

Déterminer les variations de ces fonctions, après avoir déterminé leur ensemble de définition.

Vous pouvez représenter la réponse dans un tableau de variations, mais on ne vous demande pas forcément de trouver les extremums (les « nombres au bout des flèches »).

$$\begin{aligned} f_1(x) &= 3x^2 + 18x & f_2(x) &= x^3 - 2x^2 - 4x + 1 & f_3(x) &= \frac{1}{3}x^3 + 2x & f_4(x) &= \frac{1}{x} - \frac{x}{8} \\ f_5(x) &= \frac{5x - 6}{x + 3} & f_6(x) &= 7 - \frac{10}{5 - x} & f_7(x) &= \frac{1}{5x^2 - 2x + 1} & f_8(x) &= \frac{-7}{(x - 1)^2} \end{aligned}$$

⑦ Tangentes et position des courbes

Rappel de la formule : <https://youtu.be/bELc3OM9osQ> et application : <https://youtu.be/8GUkUdAD4FA>

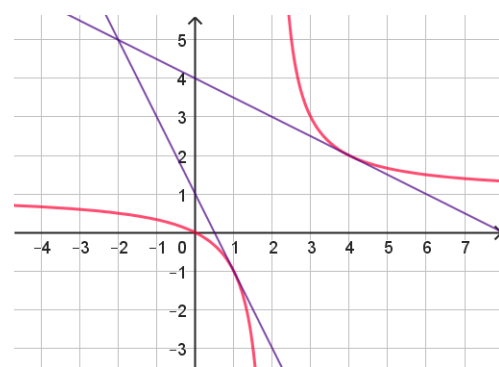
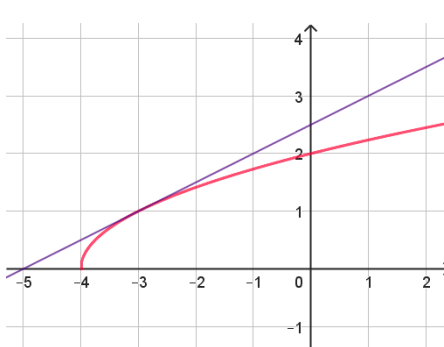
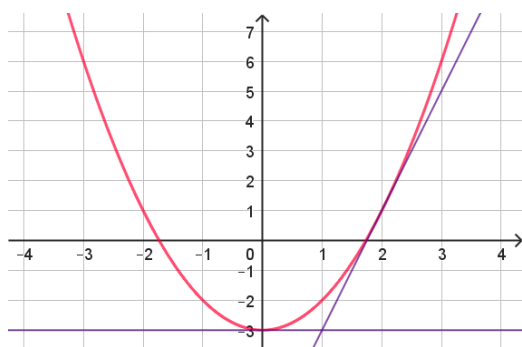
Exercice 1 – Appliquer la formule Dans chaque cas, on donne une fonction f et sa dérivée f' .

Déterminer la tangente à la courbe représentative de la fonction, au point d'abscisse a .

a. $f(x) = x^3 - 2$; $f'(x) = 3x^2$ et $a = 1$ b. $f(x) = \frac{x}{x+5}$; $f'(x) = \frac{5}{(x+5)^2}$ et $a = -6$

Exercice 2 – Lire un nombre dérivé Dans chaque cas, on vous donne la courbe représentative d'une fonction f , et des tangentes ont été tracées. Donner les images et les nombres dérivés demandés.

a. Lire $f(2)$, $f'(2)$, $f(0)$ et $f'(0)$. b. Lire $f(-3)$ et $f'(-3)$. c. Lire $f(1)$, $f'(1)$, $f(4)$ et $f'(4)$.



Exercice 3 – Dériver, puis appliquer la formule Dans chaque cas, on donne une fonction f .

Déterminer la tangente à la courbe représentative de la fonction, au point d'abscisse a .

Cette fois, c'est à vous de dériver la fonction.

a. $f(x) = 2x^2 - 5$ et $a = -1$ b. $f(x) = -\frac{1}{x+1}$ et $a = 0$ c. $f(x) = x^4 + 3x^2 + 5$ et $a = 1$

Exercice 4 – Positions relatives

Dans les questions a et b, déterminer la position relative de la courbe de la fonction f et de sa tangente en a .

a. $f(x) = x^2 - 3x$ et $a = 4$ b. $f(x) = -\frac{1}{x+1}$ et $a = 0$

c. Déterminer la position relative de f et de g , définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 3x - 12$ et $g(x) = -x^2 + 7x$.