Correction de l'interrogation écrite : opérations sur les limites.

Exercice 1 *(6 pts : 0,5 pt pour a, 1 pt de b à e, 1,5 pts pour f)*

a. $\lim_{x\to-\infty} x^3 = -\infty$, donc $\lim_{x\to-\infty} x^3+4 = -\infty$ par somme

b. $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0$, donc $\lim_{x\to-\infty} \frac{5}{e^x} = +\infty$ par quotient

c. $\lim_{x\to+\infty}(x^2+1) = +\infty$ et $\lim_{x\to+\infty}(-4x+3) = -\infty$, donc $\lim_{x\to+\infty}(x^2+1)(-4x+3) = -\infty$ par produit

d. $\lim_{x\to+\infty} x^4-5x^3+2 = \lim\limits_{x\to+\infty} x^4\left(1-\frac{5}{x}+\frac{2}{x^4}\right) = +\infty$ par produit

e. $\lim_{x\to0^-} \frac{1}{4x} = -\infty$ et $\lim_{x\to0^-} \frac{3}{x+2} = \frac{3}{2}$, donc $\lim_{x\to0^-} \frac{1}{4x}+\frac{3}{x+2} = -\infty$ par somme

f. $\lim_{x\to-\infty} \frac{4x-1}{5-2x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{x(4-\frac{1}{x})}{x(-2+\frac{5}{x})} = -2$ par quotient, et $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0$, donc $\lim_{x\to-\infty} e^x(\frac{4x-1}{5-2x}) = 0$ par produit

Exercice 2 (4 pts)

a. *(1 pt)* $\lim\limits_{x\to2,5} 6x = 15$ et $\lim\limits_{x\to2,5} 2x-5 = 0$, donc $\lim\limits_{x\to2,5} f(x) = +\infty$ par quotient

(1 pt) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{6x}{2x-5} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x\times6}{x(2-\frac{5}{x})} = 3$ par quotient

b. *(1 pt)* f est dérivable sur son ensemble de définition comme quotient de fonctions dérivables,

et pour $x \in]2,5;+\infty[$, $f'(x) = \dfrac{6(2x-5)-6x\times2}{(2x-5)^2} = \dfrac{-30}{(2x-5)^2}$

$f'(x)$ est négatif pour tout $x \in [2,5;+\infty[$, donc f est décroissante sur son ensemble de définition.

c. *(1 pt)* La courbe de f admet une asymptote verticale d'équation $x = 2,5$,

et une asymptote horizontale d'équation $y = 3$.