

Correction des exercices d'étude de fonction, sur les limites et la continuité

Exercice 1 1. On a $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2e^x = 0$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x + 1 = 1$ donc par quotient, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$

Graphiquement, cela signifie que la droite d'équation $y = 0$ est asymptote horizontale à $\mathcal{C}$.

2. Il s'agit de montrer que la limite de f en $+\infty$ est 2.

On factorise son expression :

$$f(x) = \frac{e^x \times 2}{e^x(1 + e^{-x})} = \frac{2}{1 + e^{-x}}$$

Or $\lim_{x \rightarrow +\infty} 1 + e^{-x} = 1$ donc par quotient, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$.

3. f est dérivable et pour tout x réel,

$$f'(x) = \frac{2e^x(e^x + 1) - 2e^x \times e^x}{(e^x + 1)^2} = \frac{2e^x(e^x + 1 - e^x)}{(e^x + 1)^2} = \frac{2e^x}{(e^x + 1)^2} = \frac{2e^x}{e^x + 1} \times \frac{1}{e^x + 1} = \frac{f(x)}{e^x + 1}$$

4. Pour tout x réel, $2e^x$ est positif, de même que $e^x + 1$. Donc $f(x)$ est positif et $f'(x)$ aussi.

Ainsi, la fonction f est croissante.

5. On calcule $f(0) = \frac{2e^0}{1+e^{-0}} = 1$ donc $\mathcal{C}$ passe par le point $I(0; 1)$. De plus,

$$f'(0) = \frac{f(0)}{e^0 + 1} = \frac{1}{1 + 1} = 0,5$$

donc la tangente en I a bien pour coefficient directeur 0,5.

Exercice 2 1a. Un début d'exercice très intéressant : retrouver l'expression d'une fonction quand on connaît certaines valeurs ou limites. Il existe aussi des questions de ce type où il faut utiliser la dérivée.

On sait que $f(0) = 1$, mais aussi que $f(0) = \frac{a \times 0 + b}{2 \times 0 - 1} = -b$, donc $-b = 1$ soit $b = -1$.

De plus, on sait que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$. Cherchons à l'exprimer en fonction de a et b .

Par quotient, cette limite est une forme indéterminée, mais on simplifie pour $x \in \mathbb{R} \setminus \{0; 0,5\}$:

$$f(x) = \frac{ax + b}{2x - 1} = \frac{x \left(a + \frac{b}{x} \right)}{x \left(2 - \frac{1}{x} \right)} = \frac{a + \frac{b}{x}}{2 - \frac{1}{x}}$$

Par quotient, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{a}{2}$ donc $\frac{a}{2} = 2$ et $a = 4$.

1b. Le plus simple est de partir de la forme proposée dans la question. Pour $x \in \mathbb{R} \setminus \{0,5\}$:

$$\frac{a}{2} + \frac{a + 2b}{4x - 2} = \frac{a(4x - 2)}{2(4x - 2)} + \frac{2(a + 2b)}{2(4x - 2)} = \frac{4ax - 2a + 2a + 4b}{8x - 4} = \frac{4ax + 4b}{4(2x - 1)} = \frac{ax + b}{2x - 1} = f(x)$$

2. f est définie sur $] -\infty; 0,5[\cup]0,5; +\infty[$.

• En $+\infty$, on a $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$. $\mathcal{C}$ admet donc une asymptote horizontale d'équation $y = 2$.

• En $-\infty$, avec la simplification précédente, on retrouve $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$, ce qui nous donne la même asymptote.

• En 0,5 à gauche, $\lim_{x \rightarrow 0,5^-} a \times 0,5 + b = 4 \times 0,5 + 1 = 3$ et $\lim_{x \rightarrow 0,5^-} 2x - 1 = 0^-$

Par quotient, $\lim_{\substack{x \rightarrow 0,5 \\ x < 0,5}} f(x) = -\infty$ et $\mathcal{C}$ admet donc une asymptote verticale d'équation $x = 0,5$.

• En 0,5 à droite, $\lim_{\substack{x \rightarrow 0,5 \\ x > 0,5}} 2x - 1 = 0^+$

Par quotient, $\lim_{\substack{x \rightarrow 0,5 \\ x > 0,5}} f(x) = +\infty$ et on retrouve la même asymptote verticale.

Suite de la correction de l'exercice 2

3. La forme donnée dans la question 1b. est plus facile.

$$f'(x) = -\frac{4(a+2b)}{(4x-2)^2} = -\frac{24}{(4x-2)^2}$$

$f'(x)$ est donc toujours négatif.

4. On dresse un tableau dans lequel f est décroissante sur $] -\infty; 0,5[\cup] 0,5; +\infty[$.

On indique les limites trouvées en 2.

Exercice 3

1. On dérive f comme un quotient : pour tout x positif,

$$f'(x) = \frac{4}{(x+2)^2}$$

Ainsi, f est croissante sur son ensemble de définition.

2. Soit x positif.

$$\begin{aligned} f(x) &= x \\ \Leftrightarrow 5 - \frac{4}{x+2} &= x \\ \Leftrightarrow \frac{5(x+2)}{x+2} - \frac{4}{x+2} &= x \\ \Leftrightarrow \frac{5x+6}{x+2} &= x \\ \Leftrightarrow 5x+6 &= x(x+2) \\ \Leftrightarrow 5x+6 &= x^2+2x \\ \Leftrightarrow x^2-3x-6 &= 0 \end{aligned}$$

C'est une équation du second degré, de discriminant $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 1 \times (-6) = 33$

Ainsi, l'équation a deux solutions $x_1 = \frac{3+\sqrt{33}}{2}$ et $x_2 = \frac{3-\sqrt{33}}{2}$, mais cette dernière étant négative, elle ne nous intéresse pas. On a donc $\alpha = \frac{3+\sqrt{33}}{2} \approx 4,37$.

3a. Initialisation : On a $u_0 = 1$ et $u_1 = f(u_0) = f(1) = 5 - \frac{4}{3} = \frac{11}{3} \approx 3,67$.

Ainsi, on a bien $0 \leq u_0 \leq u_1 \leq \alpha$.

Hérédité : soit n entier naturel, supposons $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq \alpha$.

On applique la fonction f , qui est croissante. De plus, on sait que $f(\alpha) = \alpha$ d'après 2.

Ainsi, $f(0) \leq f(u_n) \leq f(u_{n+1}) \leq f(\alpha)$

soit $3 \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq \alpha$

donc $0 \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq \alpha$.

Ainsi, on a bien montré la propriété voulue au rang suivant et pour tout n entier naturel, $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq \alpha$.

3b. La suite (u_n) est donc croissante et majorée par α , donc elle converge.

f étant continue, on peut même montrer avec le théorème du point fixe qu'elle converge vers α .

Exercice 4

A1. g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g'(x) = 3x^2 - 3$

On étudie le signe de $g'(x)$ qui est un polynôme du second degré, mais on peut l'étudier plus élégamment : pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x^2 - 1)$ et les solutions de l'équation $g(x) = 0$ sont donc 1 et -1 .

Ainsi, $g'(x)$ est positif sur $] - \infty; -1]$, puis négatif sur $[-1; 1]$ et enfin positif sur $[1; +\infty[$.

Donc g est croissante sur $] - \infty; -1]$, puis décroissante sur $[-1; 1]$ et enfin croissante sur $[1; +\infty[$.

A2. On a $g(2,1) = -1,039$ et $g(2,2) = 0,048$.

On applique le théorème de la bijection sur $]2,1; 2,2[$.

g est continue sur $]2,1; 2,2[$, on a $g(2,1) < 0 < g(2,2)$. De plus, g est strictement croissante sur cet intervalle.

D'après le théorème de la bijection, il existe donc un réel α dans l'intervalle $]2,1; 2,2[$ tel que $g(\alpha) = 0$.

La calculatrice fournit $\alpha = 2,19$ (attention à l'arrondi !)

A3. Pour compléter ce qu'on a trouvé à la question **A1**, $g(-1) = -2$.

Ainsi, g est négative sur $] - \infty; \alpha]$ puis positive sur $[\alpha; +\infty[$.

B1. Cela fait beaucoup de limites à déterminer !

• En $-\infty$, le quotient donne une valeur indéterminée « $\frac{\infty}{\infty}$ ». Pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 0; 1\}$ (on va diviser par x^2):

$$f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1} = \frac{x^2(x + 2)}{x^2(1 - \frac{1}{x^2})} = \frac{x + 2}{1 - \frac{1}{x^2}}$$

Le numérateur tend vers $-\infty$ et le dénominateur vers 1. Par quotient, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$.

• En $+\infty$, on trouve $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ avec la même simplification.

• En -1 à gauche, on a $\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x < -1}} x^3 + 2x^2 = 1$ et $\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x < -1}} x^2 - 1 = 0^+$. Par quotient, $\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x < -1}} f(x) = +\infty$

• En -1 à droite, on a $\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} x^3 + 2x^2 = 1$ et $\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} x^2 - 1 = 0^-$. Par quotient, $\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} f(x) = -\infty$

• En 1 à gauche, on a $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} x^3 + 2x^2 = 3$ et $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} x^2 - 1 = 0^-$. Par quotient, $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} f(x) = -\infty$

• En 1 à droite, on a $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} x^3 + 2x^2 = 3$ et $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} x^2 - 1 = 0^+$. Par quotient, $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x) = +\infty$

B2. Dérivons f et regardons ce qui se passe. Pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$:

$$f'(x) = \frac{(3x^2 + 4x)(x^2 - 1) - (x^3 + 2x^2) \times 2x}{(x^2 - 1)^2} = \frac{x^4 - 3x^2 - 4x}{(x^2 - 1)^2} = \frac{x(x^3 - 3x - 4)}{(x^2 - 1)^2} = \frac{x g(x)}{(x^2 - 1)^2}$$

B3. C'est donc à cela que servait l'étude de la fonction g !

x	$-\infty$	-1	0	1	α	$+\infty$
x	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$g(x)$	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$f'(x)$	$+$	$+$	0	$-$	$-$	$+$
f	$-\infty$	$+\infty$	0	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$

Comme on ne connaît pas α , on ne calcule pas $f(\alpha)$.

B4. Il faut qu'on arrive à factoriser le numérateur par $(x^2 - 1)$. Pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$:

$$f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1} = \frac{x^2(x + 2)}{x^2 - 1} = \frac{x^2(x + 2) - (x + 2) + (x + 2)}{x^2 - 1} = \frac{(x^2 - 1)(x + 2) + (x + 2)}{x^2 - 1} = x + 2 + \frac{x + 2}{x^2 - 1}$$

On pouvait aussi partir de l'expression demandée et tout réduire au même dénominateur $(x^2 - 1)$.

Exercice 5

1. Une fonction f est paire ssi pour tout x réel, $f(-x) = f(x)$. Or ici,

$$f(-x) = \frac{1}{\sqrt{1+(-x)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} = f(x)$$

2. On dérive la fonction f pour tout x réel :

$$f'(x) = -\frac{\frac{2x}{2\sqrt{1+x^2}}}{(\sqrt{1+x^2})^2} = -\frac{x}{\sqrt{1+x^2}(1+x^2)}$$

Le dénominateur est le produit d'une racine par $(1+x^2)$, toujours positif aussi.

Donc $f'(x)$ est positif sur $] -\infty; 0]$ puis négatif sur $[0; +\infty[$.

et f est décroissante sur $] -\infty; 0]$ puis croissante sur $[0; +\infty[$.

3. On a $\lim_{x \rightarrow +\infty} 1+x^2 = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$ donc par composition, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{1+x^2} = +\infty$ puis par quotient, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0^+$.

4a. Soit $y \in]0; 1]$.

f est continue, strictement décroissante sur $[0; +\infty[$, et on a $f(0) = 1$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0^+$.

Donc d'après le théorème de la bijection, il existe une unique solution α de l'équation $f(\alpha) = y$.

4b. On résout l'équation :

$$f(\alpha) = y \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{1+\alpha^2}} = y \Leftrightarrow \frac{1}{1+\alpha^2} = y^2 \Leftrightarrow \frac{1}{y^2} = 1+\alpha^2 \Leftrightarrow \alpha^2 = \frac{1}{y^2} - 1 \Leftrightarrow \alpha = \sqrt{\frac{1}{y^2} - 1}$$

(on ne s'intéresse qu'à la solution positive, donc α ne peut pas être égal à $-\sqrt{\frac{1}{y^2} - 1}$)

Exercice 6 1. a. Il s'agit de résoudre l'équation $x^2 e^{-x} = e^{-x} \Leftrightarrow x^2 = 1$, qui a pour solutions 1 et -1 .

Il y a donc un point d'intersection de coordonnées $(1; g(1))$ soit $(1; e^{-1})$

et un autre de coordonnées $(-1; g(-1))$ soit $(-1, e)$.

b. On résout maintenant l'inéquation $x^2 e^{-x} \leq e^{-x} \Leftrightarrow x^2 \leq 1$ dont l'ensemble solution est $[-1; 1]$.

Ainsi, C_g est au-dessus de C_f sur $[-1; 1]$, et en-dessous sur $] -\infty; -1] \cup [1; +\infty[$.

2. a. $d'(x) = -e^{-x} - (2x \times e^{-x} + x^2 \times (-e^{-x})) = e^{-x}(-1 - 2x + x^2) = e^{-x}(x^2 - 2x - 1)$

b. Le signe de $d'(x)$ est celui de $x^2 - 2x - 1$, polynôme de discriminant $(-2)^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 8$

On remarque que $\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2}$

Ses racines sont donc $\frac{2-2\sqrt{2}}{2} = 1 - \sqrt{2}$ et $1 + \sqrt{2}$.

Ainsi, d' est positive sur $] -\infty; 1 - \sqrt{2}] \cup [1 + \sqrt{2}; +\infty[$ et négative sur $[1 - \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2}]$

et donc d est croissante sur $] -\infty; 1 - \sqrt{2}] \cup [1 + \sqrt{2}; +\infty[$ et décroissante sur $[1 - \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2}]$

c. d admet donc un maximum local en $1 - \sqrt{2}$. C'est l'abscisse permettant d'obtenir une distance maximale.

Cette distance est $d(1 - \sqrt{2}) \approx 1,3$ à 0,1 près.

d est aussi croissante sur $[1 + \sqrt{2}; +\infty[$, mais elle tend vers 0 par croissances comparées, donc l'abscisse trouvée est bien la bonne.

3. Pour tout x réel, $h(x) = g(x) - (x + 2)$, donc les points d'intersection de la droite Δ et de C_g sont bien les points d'abscisse x telle que $h(x) = 0$.

h est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout x réel, $h'(x) = -e^{-x} - 1$, strictement négatif. Donc h est strictement décroissante.

De plus, h est continue et tend vers $+\infty$ en $-\infty$ et vers $-\infty$ en $+\infty$.

D'après le théorème de la bijection, l'équation $h(x) = 0$ admet une unique solution.

Il y a donc un seul point d'intersection entre la droite Δ et C_g .

Exercice 7

Partie A

1. La suite (T_n) modélise la température d'un café qui se refroidit. On peut conjecturer qu'elle est décroissante.

2. Pour tout entier naturel n ,

$$\begin{aligned}T_{n+1} - T_n &= -0,2(T_n - 10) \\ \Leftrightarrow T_{n+1} - T_n &= -0,2T_n + 2 \\ \Leftrightarrow T_{n+1} &= -0,2T_n + T_n + 2 \\ \Leftrightarrow T_{n+1} &= 0,8T_n + 2\end{aligned}$$

3. a. Exprimons, pour tout entier naturel n , u_{n+1} en fonction de u_n .

$$\text{Calculons } u_{n+1} = T_{n+1} - 10 = 0,8T_n + 2 - 10 = 0,8T_n - 8 = 0,8(T_n - 10) = 0,8u_n$$

Ainsi, (u_n) est une suite géométrique de raison 0,8. Son premier terme est $u_0 = T_0 - 10 = 80 - 10 = 70$

b. On peut exprimer, pour tout entier naturel n , u_n en fonction de n :

$$u_n = 70 \times 0,8^n$$

Or $u_n = T_n - 10$, donc $T_n = u_n + 10 = 70 \times 0,8^n + 10$

c. $-1 < 0,8 < 1$, donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} 0,8^n = 0$. Ainsi, $\lim_{n \rightarrow +\infty} T_n = 10$

4. a. La valeur contient la première valeur de n telle que $T_n < 40$, c'est-à-dire 4.

b. Cela représente le nombre de minutes nécessaires pour que le café soit à une température inférieure à 40°C .

Partie B

1. a. Pour t positif,

$$f'(t) = \frac{\theta'(t) \times e^{-0,2t} + \theta(t) \times (-0,2)e^{-0,2t}}{(e^{-0,2t})^2}$$

Or on a supposé que $\theta'(t) = 0,2\theta(t)$, donc :

$$f'(t) = \frac{0,2\theta(t)e^{-0,2t} - 0,2\theta(t)e^{-0,2t}}{(e^{-0,2t})^2} = \frac{0}{(e^{-0,2t})^2} = 0$$

b. On calcule :

$$f(0) = \frac{\theta(0)}{e^{-0,2 \times 0}} = \frac{80}{1} = 80$$

La fonction f a une dérivée nulle, elle est donc constante. C'est la fonction constante égale à 80. Ainsi :

$$f(t) = \frac{\theta(t)}{e^{-0,2t}} \Leftrightarrow 80 = \frac{\theta(t)}{e^{-0,2t}} \Leftrightarrow \theta(t) = 80e^{-0,2t}$$

c. On a bien $\theta(0) = 80e^{-0,2 \times 0} = 80$, et pour tout t positif, $\theta'(t) = 80 \times (-0,2)e^{-0,2t} = -0,2\theta(t)$

La fonction θ répond bien au problème.

2. Essayons d'appliquer le théorème de la bijection. La fonction g est continue.

$$g(0) = 10 + 70 \times e^{-0,2 \times 0} = 10 + 70 = 80 \text{ et } \lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-0,2t} = 0, \text{ donc } \lim_{t \rightarrow +\infty} g(t) = 10.$$

De plus, la fonction g est dérivable et pour t positif, $g'(t) = 70 \times (-0,2)e^{-0,2t} = -14e^{-0,2t}$.

Cette dérivée est strictement négative pour tout t positif, donc g est strictement décroissante sur $[0; +\infty[$.

D'après le théorème de la bijection, 40 étant compris entre 10 et 80, il existe un unique réel t_0 tel que $g(t_0) = 40$. On utilise le tableau de valeurs de la calculatrice pour trouver $t_0 \approx 4,236 \text{ mn} \approx 254 \text{ secondes}$.

Exercice 8

Partie A

1. Ça sent la forme indéterminée, donc on factorise partiellement g :

$$g(x) = x^2 \left(1 + \frac{1}{x}\right) + \frac{1}{4} + \frac{4}{(1 + e^x)^2}$$

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 + e^x) = +\infty$, donc par quotient, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{(1 + e^x)^2} = 0$.

De plus, $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} 1 + \frac{1}{x} = 1$, donc par produit puis par somme, $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$.

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} (1 + e^x) = 1$, donc par quotient, $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4}{(1 + e^x)^2} = 4$.

De plus, $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} 1 + \frac{1}{x} = 1$, donc par produit puis par somme, $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$.

2. Si g' est strictement croissante et s'annule en 0,

cela signifie qu'elle est négative sur $] -\infty; 0]$ puis positive sur $[0; +\infty[$.

3. Ainsi, g est décroissante sur $] -\infty; 0]$ puis croissante sur $[0; +\infty[$.

Elle atteint son minimum en 0 et :

$$g(0) = 0^2 + 0 + \frac{1}{4} + \frac{4}{(1 + e^0)^2} = \frac{1}{4} + \frac{4}{4} = \frac{5}{4}$$

Partie B

1.

$$f(0) = 3 - \frac{2}{1 + e^0} = 3 - \frac{2}{2} = 2$$

donc le point $B(0; 2)$ appartient bien à C_f .

2. Intéressons-nous au carré de la distance AM , ce qui nous débarrasse de la racine :

$$\begin{aligned} AM^2 &= \left(x - \left(-\frac{1}{2}\right)\right)^2 + (f(x) - 3)^2 \\ AM^2 &= \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(3 - \frac{2}{1 + e^x} + 3\right)^2 \\ AM^2 &= x^2 + x + \frac{1}{4} + \left(-\frac{2}{1 + e^x}\right)^2 \\ AM^2 &= x^2 + x + \frac{1}{4} + \frac{4}{(1 + e^x)^2} \end{aligned}$$

et on retrouve bien l'expression de $g(x)$, à croire que ça a été fait exprès.

3. Nous avons trouvé que le minimum de la fonction g était 1,25 dans la partie A.

Cela correspond donc au point d'abscisse 1,25, et d'ordonnée :

$$f(1,25) = 3 - \frac{2}{1 + e^{1,25}}$$

qui ne semble pas pouvoir être exprimé plus simplement.

4. a.

$$f'(x) = \frac{2e^x}{(1 + e^x)^2}$$

b. On s'intéresse à la tangente en 0, donc l'équation est $y = f'(0)(x - 0) + f(0) = f'(0)x + f(0)$
Or $f(0) = 2$ et $f'(0) = 0,5$, on trouve bien $y = 0,5x + 2$

5. C'est une question de première sur les équations de droite (qui n'a pas dû être très appréciée des candidats). Un vecteur directeur de T est $(1; 0,5)$.

Or la droite (AB) a pour vecteur directeur $\overrightarrow{AB}(0,5; -1)$, qui est bien un vecteur normal à la droite T .
Ainsi, T est perpendiculaire à (AB) .