

Exercices sur la notion de fonction composée

Exercice 1 Soit la fonction f définie par $f(x) = (-x + 3)^4$.

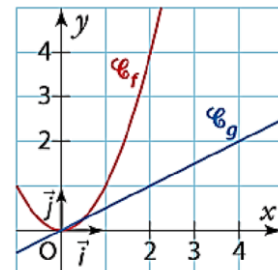
1. Donner le schéma de composition de la fonction f .
2. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f .

Exercice 2 Soient f et g les fonctions définies par $f(x) = \sqrt{x+1}$ et $g(x) = \frac{1}{x}$. Calculer $g \circ f(1)$ et $f \circ g(3)$.

Exercice 3 Soit la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{x^2 - 8x + 15}$.

1. Donner le schéma de composition de la fonction f .
2. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f .

Exercice 4 On considère deux fonctions f et g dont les représentations graphiques sont données ci-contre. Déterminer $g \circ f(2)$ et $f \circ g(2)$.



Exercices sur les dérivées des composées usuelles

Exercice 1 Dans chaque cas, calculer la dérivée de la fonction f sans se soucier de l'ensemble de définition.

- | | | |
|--------------------------|------------------------------|---------------------------|
| a. $f(x) = e^{4x^3+x}$ | b. $f(x) = \cos(3x^2 + 1)$ | c. $f(x) = \sqrt{8x - 3}$ |
| d. $f(x) = x^2 e^{3x+1}$ | e. $f(x) = (3e^{-2x} + 1)^5$ | |

Exercice 2 Le nombre de malades touchés par une maladie contagieuse est modélisé par la fonction p définie pour tout réel t positif par $p(t) = 100(t^2 + 20t)e^{-t-1}$, où t représente le nombre de semaines depuis le début de l'épidémie.

1. Déterminer la fonction dérivée p' de p sur $[0; +\infty[$.
2. Quel est le nombre maximal de malades ? Au bout de combien de temps ? *On arrondira le temps au centième.*

Exercice 3 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \left(x^2 + \frac{3}{2}x - 10\right)^6$

Donner les variations de f sur $\mathbb{R}$. En déduire les abscisses des points où les tangentes à la courbe représentative de f sont horizontales.

Exercice 4 Le triangle ABC est isocèle. Son périmètre est de 10 cm. Le segment $[AH]$ est la hauteur issue du sommet principal A . On cherche à construire ce triangle de façon à ce que son aire soit maximale. Pour cela, on pose $BC = x$.

1. Démontrer que $0 < x < 5$.
2. Exprimer AH en fonction de x .
3. En déduire que l'aire $\mathcal{A}$ du triangle est égale à $\mathcal{A}(x) = \frac{x}{2}\sqrt{25 - 5x}$
4. En déduire la valeur de x pour laquelle l'aire du triangle ABC est maximale.

