

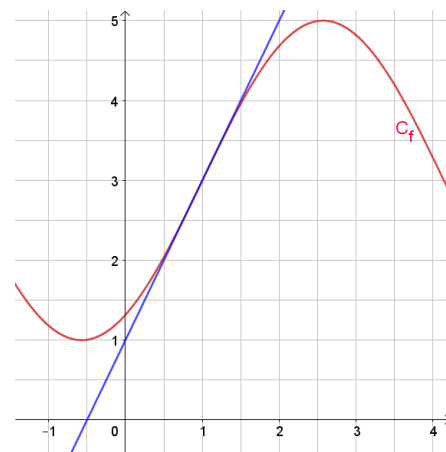
Exercices sur les fonctions convexes

Exercice 1

On a représenté ci-contre la courbe représentative C_f d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.

On a également tracé la tangente en 1 à C_f .

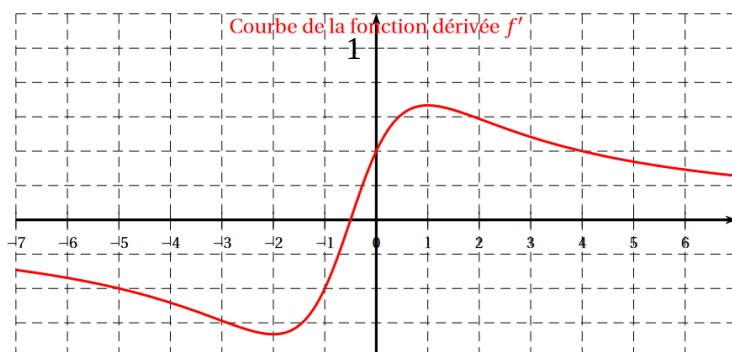
- Lire graphiquement $f(1)$ et $f'(1)$.
- Donner les intervalles sur lesquels f semble convexe ou concave.
- Donner les coordonnées du point d'inflexion de f , en expliquant votre réponse par une lecture graphique.



Exercice 2

f désigne une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. On donne ci-contre, la courbe représentative de la fonction dérivée f' .

- Déterminer le coefficient directeur de la tangente à la courbe de la fonction f en 0.
- Donner les variations de la fonction dérivée f' .
- En déduire un intervalle sur lequel f est convexe.
- Déterminer les variations de la fonction f . On pourra utiliser des valeurs approchées.

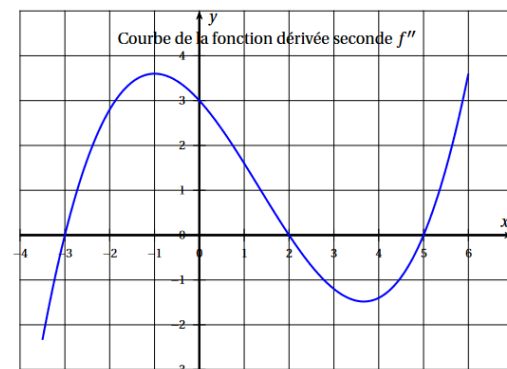


Exercice 3

On donne ci-contre la courbe (C) représentant la dérivée seconde f'' d'une fonction f deux fois dérivable sur l'intervalle $[-3, 5; 6]$.

Parmi ces trois propositions, une seule est exacte. Déterminer laquelle et la justifier.

- La fonction f est convexe sur l'intervalle $[-3; 3]$.
- La fonction f admet trois points d'inflexion.
- La fonction dérivée f' de f est décroissante sur l'intervalle $[0; 2]$.



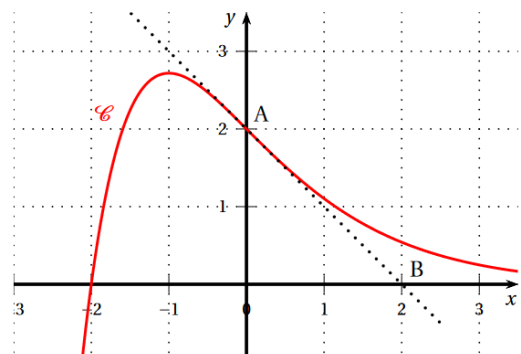
Exercice 4

On a représenté ci-contre, une portion de la courbe représentative $\mathcal{C}$ d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.

On considère les points $A(0; 2)$ et $B(2; 0)$.

La courbe $\mathcal{C}$ passe par A et la droite (AB) est la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point A . Donner par lecture graphique :

- La valeur de $f(0)$ et celle de $f'(0)$.
- Un intervalle sur lequel la fonction f semble convexe.



On admet maintenant que pour tout réel x , $f(x) = (x + 2)e^{-x}$

- Montrer que pour tout x réel, $f'(x) = (-x - 1)e^{-x}$.
- Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.
- Déterminer la dérivée seconde de f .
- Peut-on affirmer que f est convexe sur l'intervalle $[0; +\infty[$?

Exercice 5

1.
 - a. Déterminer la dérivée de la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (4e^{-x} + 1)^3$.
 - b. Donner le sens de variation de f .
2.
 - a. Donner l'ensemble de définition de la fonction g définie par $g(x) = \sqrt{x^3 + 8}$
 - b. Calculer $g'(x)$.

Exercice 6

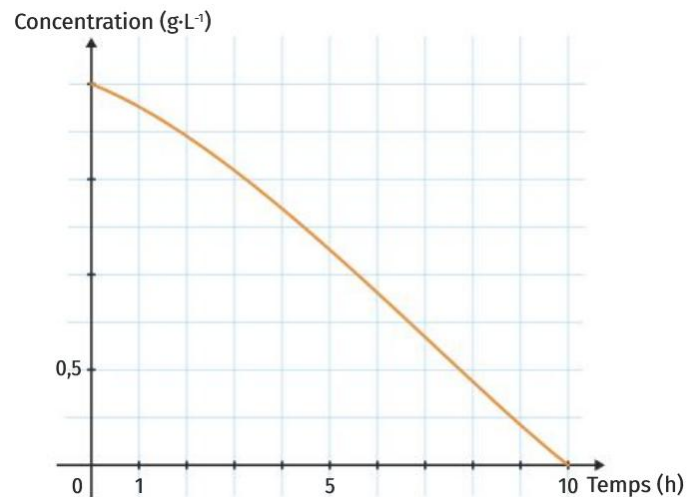
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (-5x^2 + 5)e^x$

- a. Montrer que $f''(x) = -5(x^2 + 4x + 1)e^x$
- b. Étudier le signe de $x^2 + 4x + 1$ puis en déduire celui de $f''(x)$
- c. En déduire les abscisses des points d'inflexion de C_f .

Exercice 7

On injecte un médicament à un patient, et on étudie sa concentration durant dix heures dans le sang.

La concentration, en grammes par litre, est représentée par la courbe suivante :



Partie A : étude graphique

1. Déterminer la concentration initiale.
2. Déterminer le moment où la concentration devient inférieure à $0,5g \cdot L^{-1}$
3. Déterminer graphiquement l'abscisse du point d'inflexion.

Partie B : étude algébrique

La concentration peut être modélisée par la fonction C définie sur $[0; 10]$

par $C(x) = 0,001x^3 - 0,02x^2 - 0,1x + 2$, où x représente le temps en heures.

1. Dresser le tableau de variations de C sur $[0; 10]$.
2. Étudier la convexité de C et donner l'abscisse de son point d'inflexion.

Partie C : interprétation des résultats

1. Le médicament n'est plus actif lorsque sa concentration devient inférieure à $0,5g \cdot L^{-1}$.
A l'aide de la calculatrice, déterminer à quel moment le médicament n'est plus actif, à 10^{-2} heures près.
2. Au bout de combien de temps la baisse de la concentration ralentit-elle ? Justifier.