

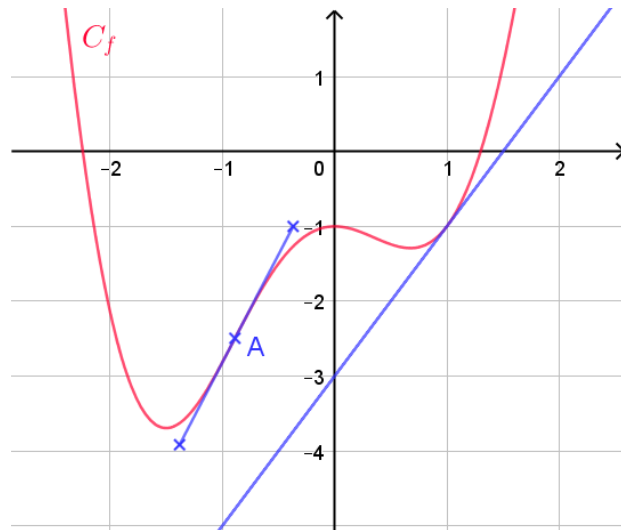
## Devoir surveillé sur le chapitre 2

### Exercice 1 (3 pts)

On a représenté ci-contre la courbe représentative  $C_f$  d'une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$ .

On a également tracé la tangente en 1 à  $C_f$ , et une autre tangente à  $C_f$  en un point  $A$ .

- Lire graphiquement  $f(1)$  et  $f'(1)$ .
- Que semble représenter le point  $A$  pour la courbe  $C_f$  ? Expliquer pourquoi en utilisant le graphique.
- Donner les intervalles sur lesquels  $f$  semble convexe ou concave, en utilisant des valeurs approchées si besoin.



### Exercice 2 (4,5 pts)

- Donner, en justifiant, le domaine de définition de la fonction  $f(x) = \sqrt{x^3 - 8}$ .
  - Déterminer sa dérivée  $f'$ , puis donner en justifiant, le sens de variation de  $f$ .
- Déterminer la dérivée de la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$  par  $g(x) = \left(\frac{3x-1}{x+1}\right)^5$

### Exercice 3 (5,5 pts)

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  et deux fois dérivable par  $f(x) = e^{x^2-6x}$

- Déterminer  $f'(x)$  et en déduire les variations de  $f$ .
- Montrer que pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f''(x) = 2(2x^2 - 12x + 19)e^{x^2-6x}$
- Étudier le signe de  $f''(x)$ , puis étudier la convexité de  $f$ .

**Exercice 4 (7 pts)** Un ébéniste décide de refaire les accoudoirs d'un fauteuil. On modélise l'accoudoir à l'aide de la fonction  $f$  définie sur  $[0; 60]$  par :

$$f(x) = 70 + (14x + 42)e^{-\frac{x}{5}}$$

On note  $(C)$  la courbe représentative de  $f$ . Elle est représentée ci-contre.

- Montrer que pour tout nombre réel  $x$  de  $[0; 60]$  :

$$f'(x) = \frac{1}{5}(-14x + 28)e^{-\frac{x}{5}}$$

- Étudier le signe de  $f'(x)$  sur  $[0; 60]$  et dresser le tableau de variations de  $f$ , en donnant des valeurs approchées si besoin est.

- On admet que la fonction  $f$  a pour dérivée seconde sur  $[0; 60]$  :

$$f''(x) = \frac{14}{25}(x - 7)e^{-\frac{x}{5}}$$

- Déterminer  $f''(7)$ . Que représente le point  $A$  de la courbe  $(C)$  d'abscisse 7 ?

- En justifiant, étudier la convexité de  $f$ .

- On considère  $(T)$ , la tangente à la courbe  $(C)$  au point d'abscisse 7.

En justifiant d'après les questions précédentes, donner la position relative de  $(C)$  et de  $(T)$ .

(on ne demande pas de donner l'équation de  $(T)$ , ni de la tracer)

- A l'aide de la calculatrice, déterminer un encadrement à  $10^{-2}$  du nombre  $\alpha$  tel que  $f(\alpha) = 80$ .

