

Exercices de synthèse sur le dénombrement

Exercice 1 Le tiercé est un pari hippique : le parieur doit pronostiquer les trois chevaux qui arriveront en tête à la fin d'une course de dix chevaux, dans l'ordre ou le désordre.

- a. Combien de combinaisons de trois chevaux existe-t-il si on tient compte de l'ordre d'arrivée ?
- b. Combien y en a-t-il si on ne tient pas compte de l'ordre d'arrivée ?

Exercice 2 On dispose de deux urnes U_1 et U_2 .

L'urne U_1 contient deux billes vertes et huit billes rouges toutes indiscernables au toucher.

L'urne U_2 contient trois billes vertes et sept billes rouges toutes indiscernables au toucher.

Une partie consiste, pour un joueur, à tirer une bille de l'urne U_1 , noter sa couleur, et remettre la bille dans l'urne U_1 , puis de tirer une bille de l'urne U_2 , noter sa couleur, et remettre la bille dans l'urne U_2 .

À la fin de la partie, si le joueur a tiré deux billes vertes, il gagne un vélo. S'il a tiré une bille verte, il gagne un ours en peluche. Sinon, il ne gagne rien. Déterminer, sous forme de nombre décimal, la probabilité :

- a. de tirer deux fois une bille rouge,
- b. de tirer deux billes de la même couleur,
- c. de gagner un vélo,
- d. de gagner un ours en peluche.

Exercice 3 On considère un questionnaire composé de cinq questions. Pour chacune des questions posées, trois propositions de réponses sont faites (A, B et C), une seule d'entre elles est exacte.

Un candidat répond à toutes les questions posées en écrivant un mot-réponses de cinq lettres, par exemple « ACAAB ».

- a. Combien y a-t-il de mots-réponses possibles à ce questionnaire ?
- b. Déterminer le nombre de mots-réponses où le candidat n'a aucune réponse exacte.
- c. Déterminer le nombre de mots-réponses où le candidat a exactement une réponse exacte.
- d. Un palindrome est un mot pouvant se lire indifféremment de gauche à droite, ou de droite à gauche. Par exemple, « CABAC » est un palindrome. Déterminer le nombre de palindromes possibles pour le mot-réponse du candidat.

Exercice 4 Le code d'accès d'un ordinateur est une combinaison de quatre chiffres.

1. Quel est le nombre de codes possibles ?
2. Quel est le nombre de codes si les chiffres sont distincts ?
3. Le propriétaire de l'ordinateur a oublié son code. Il sait que les quatre chiffres sont 1, 9, 9 et 5, mais il a oublié l'ordre des chiffres.
 - a. Combien de codes différents peut-il composer avec ces quatre chiffres ?
 - b. Si le premier code saisi n'est pas le bon, le propriétaire doit attendre deux minutes avant de pouvoir tenter un nouvel essai ; le délai d'attente entre le deuxième et le troisième essai est de quatre minutes ; entre le troisième et le quatrième essai, il est de huit minutes, etc : le délai d'attente double à chaque essai. Combien de codes le propriétaire peut-il composer au maximum en 24 heures ?

Exercice 5 Une urne contient au départ 30 boules blanches et 10 boules noires indiscernables au toucher. Soit n un entier naturel. On tire au hasard une boule dans l'urne.

- si la boule tirée est blanche, on la remet dans l'urne, et on ajoute n boules blanches supplémentaires.

- si la boule tirée est noire, on la remet dans l'urne, et on ajoute n boules noires supplémentaires.

On tire ensuite une deuxième boule de l'urne.

On sait qu'il y a 2 000 tirages possibles où les deux boules tirées sont de la même couleur.

Déterminer le nombre n .