

Lycée Colbert

Devoir commun de mathématiques 2^{de}

Calculatrice autorisée.

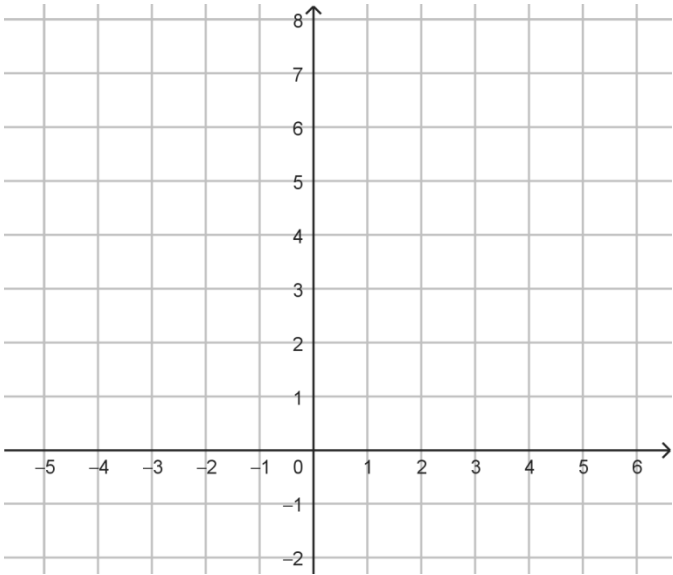
Le prêt de matériel entre élèves est interdit.

Le sujet est en 5 parties, chacune sur une page.

Au moment où le surveillant signale le début de l'épreuve,
séparez les 5 pages et indiquez votre nom, prénom et classe sur
chaque page.

Partie 1 : Vecteurs (4 points)

1. Dans le repère ci-contre, placer les points $A(1; -1)$, $B(-2; 0)$, $C(3; 6)$ et $D(-1; 4)$.



2a. Calculer la distance AC , donner la valeur exacte puis un arrondi au dixième.

.....
.....
.....
.....
.....
.....

2b. Déterminer par le calcul, les coordonnées de M , milieu du segment $[BC]$. (On ne demande pas de le placer dans le repère)

.....
.....
.....

3a. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AD}$.

.....
.....
.....

3b. Placer le point N tel que $\overrightarrow{BN} = 2\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BA}$.

On considère maintenant les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 15 \\ -5 \end{pmatrix}$. (On ne demande pas de les représenter)

4a. Placer le point P tel que $\overrightarrow{AP} = \vec{u}$.

4b. Calculer les coordonnées du vecteur $\vec{w} = \overrightarrow{AD} - 2\vec{v}$.

.....
.....
.....
.....

4c. Démontrer que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

.....
.....
.....
.....

Nom : Prénom : Classe : 2^{de}

Partie 2 : Fonctions et variations (4 points)

Exercice 1 On considère deux fonctions f et g définies sur l'intervalle $[-4; 6]$ et représentées ci-contre par les courbes C_f et C_g .

Toutes les réponses aux questions seront à donner par lecture graphique.

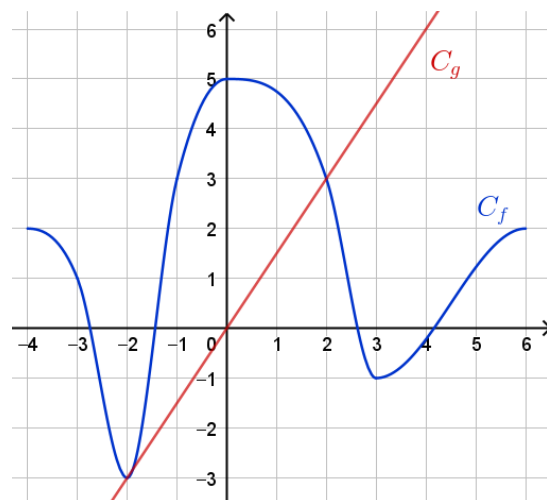
a. Lire $f(-3) = \dots\dots\dots$ et $f(0) = \dots\dots\dots$

b. Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$.

c. Combien de solutions l'équation $f(x) = 1$ admet-elle ?

d. Donner l'intervalle solution de l'inéquation $f(x) \geq 3$.

e. Dresser le tableau de variations de la fonction f .



Exercice 2 On donne ci-contre, le tableau de variations d'une fonction f définie sur l'intervalle $] - \infty; 7]$.

a. Lire $f(-2) = \dots\dots\dots$

b. Peut-on dire que la fonction f admet un minimum ? Si oui, donner la valeur de ce minimum.

c. Peut-on dire que la fonction f admet un maximum ? Si oui, donner la valeur de ce maximum.

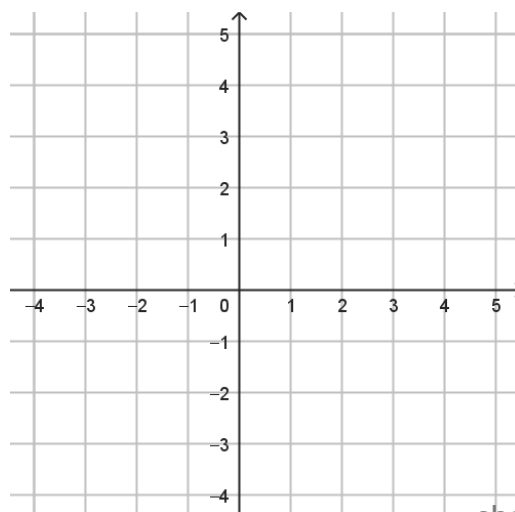
d. Dans chaque cas, compléter avec $<$ ou $>$ en justifiant votre réponse :

$$f(2) \dots f(5)$$

$$f(-1) \dots f(0)$$

x	$-\infty$	-2	1	7
variations de f		$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$
		-8	0	-2

Exercice 3 On considère la fonction affine f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x + 3$.
Représenter la fonction f dans le repère ci-contre.
On pourra s'aider d'un tableau de valeurs.



Nom : Prénom : Classe : 2^{de}

Partie 3 : Calcul algébrique (5 points)

Exercice 1 On donne la fonction suivante : $f(x) = x^2 + 2x$.

a. Calculer $f(-7)$

.....
.....
.....
.....
.....

b. Calculer l'image de $\frac{5}{3}$ par la fonction f .
On demande la valeur exacte.

.....
.....
.....
.....

c. Calculer $f(\sqrt{7})$.

On demande la valeur exacte.

.....
.....
.....
.....
.....

d. Le point A de coordonnées $(3; 15)$ appartient-il à la courbe représentative de f ? Justifier.

.....
.....
.....
.....
.....

Exercice 2 Développer et réduire les expressions suivantes.

$$A = 3(7x - 2) + (5x - 1)(-x - 3)$$

.....
.....
.....
.....
.....

$$B = (6x - 5)^2$$

.....
.....
.....
.....
.....

Exercice 3 Factoriser les expressions suivantes.

$$C = 16x^2 + 24x + 9$$

.....
.....
.....

$$D = 81x^2 - 100$$

.....
.....
.....

Exercice 4 Une usine produit de l'acier. Elle peut produire jusqu'à 20 tonnes d'acier chaque jour.

Produire x tonnes d'acier pendant une journée coûte $C(x) = 30x^2 - 150x + 3\,780$ euros.

1. D'après la situation, à quel intervalle appartient x ?

2. Déterminer le coût de production pour 5 tonnes produites.

3. On suppose que chaque tonne produite est vendue au prix de 800 euros la tonne.

Déterminer les bénéfices réalisés par l'usine pour 5 tonnes produites.

4. Montrer que les bénéfices journaliers réalisés pour x tonnes produites sont égaux à

$B(x) = -30x^2 + 950x - 3\,780$:

.....
.....

Nom : Prénom : Classe : 2^{de}

Partie 4 : Signe, équations & inéquations (3,5 points)

Exercice 1 Résoudre les équations suivantes :

a. $-x - 8 = 18x + 13$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

b. $4x^2 - 26 = 10$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Exercice 2 Résoudre et donner l'intervalle solution de l'inéquation suivante : $-9x + 1 \geq -5x + 13$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Exercice 3 Dresser les tableaux de signes des expressions suivantes :

$A(x) = 8x - 12$

$B(x) = \frac{2x+10}{-x+8}$

En déduire la ou les solutions de l'équation $B(x) = 0$, et l'ensemble solution de l'inéquation $B(x) < 0$.

.....
.....
.....
.....

Nom : Prénom : Classe : 2^{de}

Partie 5 : Probabilités, proportions, évolutions (3,5 points)

Exercice 1

On considère un lycée où :

- 380 élèves sont en terminale ;
- parmi ces élèves de terminale, 55 % sont des filles ;
- le taux de réussite au baccalauréat dans cet établissement est de 85 % ;
- parmi les candidats ayant échoué, la proportion des filles est de $\frac{8}{19}$.

1. Compléter le tableau des effectifs ci-contre regroupant les résultats au baccalauréat.

Élèves	Garçons	Filles	Total
Réussite			
Échec		24	
Total			380

2. Après la publication des résultats, on choisit au hasard un élève parmi l'ensemble des élèves de terminale.

On considère les événements suivants :

- G : « L'élève est un garçon. »
- R : « L'élève a eu son baccalauréat. ».

Calculer sous forme décimale la probabilité des événements, en arrondissant au centième si nécessaire.

a. $\bar{R}$

.....

b. $G \cap R$

.....

c. $\bar{G} \cap R$

.....

d. $\bar{G} \cup R$

.....

Exercice 2

a. L'effectif d'un lycée de 1550 élèves va diminuer l'année prochaine de 4 %. Calculer le nouvel effectif.

.....

b. La population d'une ville est passée de 8500 à 10400 entre 2018 et 2022.

Calculer le taux d'évolution en pourcentage. Arrondir à 0,1%.

.....

c. En 2020, la boulangerie-pâtisserie Aux délices a augmenté ses ventes de 14%.

En 2021, elle a diminué ses ventes de 9%.

Calculer le taux d'évolution des ventes sur les deux années.

.....

