

Chapitre 9 – Variables aléatoires

1. Variables aléatoires

1a. Définition

On définit une **variable aléatoire** X quand à toute issue d'une expérience aléatoire, on associe un **nombre réel**.

Exemple 1 🎲 On fait tourner la roue ci-contre.

- Si on obtient un nombre pair, on gagne le triple en euros du nombre indiqué.
- Sinon, on gagne en euros le double du nombre indiqué.

Soit X la variable aléatoire représentant le gain en euros.

Quelles sont les valeurs possibles pour X ?



Exemple 2 🎲 On lance deux pièces. Pour chaque « pile », on gagne 5€. Pour chaque « face », on perd 3€.

Soit G la variable aléatoire représentant le gain en euros. Quelles sont les valeurs possibles ?

Exemple 1

Si on obtient un nombre pair, cela peut être 2 ou 4. Les gains sont alors de 6€ ou de 12€.

Si on obtient un nombre impair, cela peut être 1 ou 3. Les gains sont alors de 2€ ou de 6€.

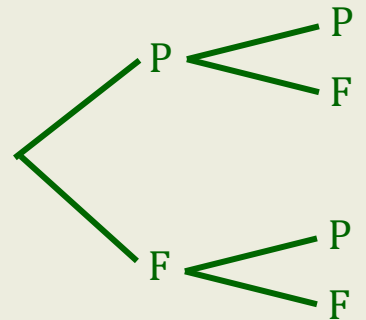
Ainsi, les valeurs possibles pour X sont **2 ; 6 ou 12**.

Exemple 2

Étant donné qu'on lance deux pièces, on peut représenter la situation par un arbre :

- si on tire deux « pile », on gagne 10€.
- si on tire un « pile » et un « face », on gagne 5€ et on perd 3€, ce qui nous laisse 2€
- si on tire deux « face », on perd 6€.

Les valeurs possibles pour G sont **10 ; 2 et -6**.




1b. Loi de probabilité

Donner la loi de probabilité d'une variable aléatoire X , c'est **donner la probabilité de chaque valeur possible de X** .

La loi de probabilité d'une variable aléatoire se présente souvent sous la forme d'un tableau :

| | | | | | |
|--------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| x_i | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 |
| $p(X = x_i)$ | p_1 | p_2 | p_3 | p_4 | p_5 |

← Valeurs possibles (ici, il y en a 5)
 ← Probabilités de ces valeurs (leur somme doit être égale à 1)

Exemple 1  Le restaurant Mirabelle propose un menu du jour tous les midis. Sur les cinq années passées, 30 % des clients du midi prennent uniquement le plat du jour à 15 €, 45 % des clients du midi prennent le menu « plat + dessert du jour » à 20 €, les autres clients du midi choisissent la formule complète à 28 €. On interroge un client du midi choisi au hasard dans ce restaurant. On note X la variable aléatoire égale au prix dépensé par le client interrogé. Déterminer la loi de probabilité de X .

Exemple 2 Une usine fabrique des pièces métalliques pour l'industrie automobile. On prélève un échantillon de 250 pièces métalliques dans le stock parmi lesquelles :

- 6% des pièces présentent un défaut de forme.
- 20 pièces présentent un défaut de couleur dont la moitié présente aussi un défaut de forme.

| | Avec le défaut de couleur | Sans le défaut de couleur | Total |
|-------------------------|---------------------------|---------------------------|-------|
| Avec le défaut de forme | | | |
| Sans le défaut de forme | | | |
| Total | | | 250 |

1. Compléter le tableau croisé d'effectifs.

2. Le coût de fabrication d'une pièce métallique est de 180€. Afin de ne pas mettre au rebut les pièces non conformes, il est possible de les réparer selon les tarifs ci-dessous : 30€ pour réparer le seul défaut de couleur ; 50€ pour réparer le seul défaut de forme ; 70€ pour réparer les deux défauts.

On note C la variable aléatoire qui, à chaque pièce métallique prélevée, associe le coût de fabrication d'une pièce métallique, avec les éventuelles réparations. Donner la loi de probabilité de C .

Exemple 1 Déterminer la loi de probabilité de X , c'est donc dresser un tableau avec tous les prix possibles (ici 15 €, 20 € ou 28 €) et les probabilités correspondantes (ici, les pourcentages données).

| | | | |
|--------------|------------|-------------|-------------|
| x_i | 15 | 20 | 28 |
| $p(X = x_i)$ | 0,3 | 0,45 | 0,25 |

On trouve le 0,25 car la somme de toutes les probabilités doit être 1.

Exemple 2

1. $0,06 \times 250 = 15$, et d'après l'énoncé, sur les 20 pièces présentant un défaut de forme, 10 présentent aussi un défaut de couleur. On peut alors tout compléter.

| | Défaut de couleur | Sans défaut de couleur | Total |
|----------------------|-------------------|------------------------|------------|
| Défaut de forme | 10 | 5 | 15 |
| Sans défaut de forme | 10 | 225 | 235 |
| Total | 20 | 230 | 250 |

2. La variable C peut prendre quatre valeurs.

• 180€ si la pièce n'a aucun défaut. La probabilité est $\frac{225}{250} = 0,90$.

• $180 + 30 = 210$ € si la pièce n'a que le défaut de couleur.

La probabilité est $\frac{10}{250} = 0,04$.

• $180 + 50 = 230$ € si la pièce n'a que le défaut de forme.

La probabilité est $\frac{5}{250} = 0,02$.

• $180 + 70 = 250$ € si la pièce a les deux défauts.

La probabilité est $\frac{10}{250} = 0,04$.

On peut maintenant établir la loi :

| | | | | |
|--------------|------------|-------------|-------------|-------------|
| c_i | 180 | 210 | 230 | 250 |
| $p(C = c_i)$ | 0,9 | 0,04 | 0,02 | 0,04 |

On vérifie que la somme des probabilités est bien 1.

1c. Espérance

L'espérance d'une variable aléatoire X , notée $E(X)$, est la **moyenne des valeurs possibles**, pondérées par leur **probabilité**.

Pour trouver l'espérance d'une variable aléatoire, on **multiplie chaque valeur possible par sa probabilité**, et on calcule **la somme des résultats**.

Ici par exemple, $E(X) = x_1 \times p_1 + x_2 \times p_2 + x_3 \times p_3$.

| | | | |
|--------------|-------|-------|-------|
| x_i | x_1 | x_2 | x_3 |
| $p(X = x_i)$ | p_1 | p_2 | p_3 |


Exemple 1 Un revendeur de téléphones portables commande 800 téléphones suivant la répartition :

- 156 téléphones avec écran de 6,4" et 128 Go ;
- 112 téléphones avec écran de 5,8" et 128 Go ;
- 84 téléphones avec écran de 6,4" et 256 Go ;
- 448 téléphones avec écran de 5,8" et 256 Go ;

Le modèle avec un écran de 5,8 pouces et une mémoire de 128 Go coûte 250 €.

Le choix d'un écran de 6,4 pouces entraîne une majoration du prix de 70 € et le choix de la mémoire 256 Go entraîne une majoration de 50 €. On note X la variable aléatoire qui, à chaque téléphone, associe son prix.

Donner la loi de X , puis calculer son espérance.

Exemple 2  Une association organise un week-end dans un parc à thème. Pour les membres de l'association qui s'inscrivent, deux formules ont été proposées : la formule A pour 80€, et la formule B pour 100€.

40% des inscrits choisissent la formule A .

Un spectacle facultatif est aussi proposé pour un coût supplémentaire de 20€.

Quelle que soit la formule, 80% des inscrits optent pour ce spectacle facultatif.

On interroge au hasard une personne inscrite à ce voyage. On note :

- A l'évènement « La personne a choisi la formule A »
- B l'évènement « La personne a choisi la formule B »
- S l'évènement « La personne a choisi d'assister au spectacle »

1. Représenter la situation par un arbre de probabilité.

2. On note V la variable aléatoire égale au coût total du voyage (spectacle compris).

Déterminer la loi de probabilité de V . Calculer son espérance et interpréter ce résultat.

Exemple 1

La variable X peut prendre 4 valeurs :

- 250 € pour un 5,8" avec 128 Go. La probabilité est $\frac{112}{800} = 0,14$.
- $250 + 50 = 300$ € pour un 5,8" avec 256 Go. La probabilité est $\frac{448}{800} = 0,56$.
- $250 + 70 = 320$ € pour un 6,4" avec 128 Go. La probabilité est $\frac{156}{800} = 0,195$.
- $250 + 120 = 370$ € pour un 6,4" avec 256 Go. La probabilité est $\frac{84}{800} = 0,105$.

On établit la loi :

| | | | | |
|--------------|-------------|-------------|--------------|--------------|
| x_i | 250 | 300 | 320 | 370 |
| $p(X = x_i)$ | 0,14 | 0,56 | 0,195 | 0,105 |

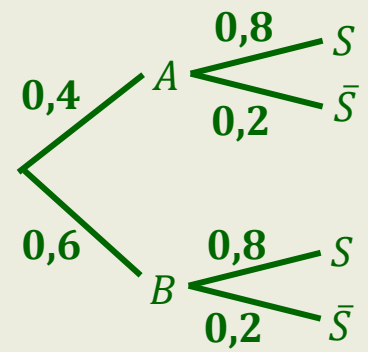
On calcule l'espérance en multipliant chaque prix par sa probabilité.

$$E(X) = 250 \times 0,14 + 300 \times 0,56 + 320 \times 0,195 + 370 \times 0,105 = \mathbf{304,25}$$

Ainsi, les téléphones de ce stock coûtent en moyenne 304,25 €.

Exemple 2

1. Notez que dans cette situation, la probabilité qu'un inscrit choisisse le spectacle S ne dépend pas de son choix de formule A ou B , autrement dit, $p_A(S) = p_B(S) = 0,8$. On dit que S est indépendant des événements A et B .



2. La variable V peut prendre 3 valeurs :

- 80 € pour la formule A sans spectacle.

La probabilité est $p(A \cap \bar{S}) = 0,4 \times 0,2 = 0,08$.

- 100 € pour la formule B sans spectacle, ou la formule A avec spectacle.

$p(B \cap \bar{S}) = 0,6 \times 0,2 = 0,12$ et $p(A \cap S) = 0,4 \times 0,8 = 0,32$.

Donc la probabilité que le coût du voyage soit 100 € est $0,12 + 0,32 = 0,44$.

- 120 € pour la formule B avec spectacle.

La probabilité est $p(B \cap S) = 0,6 \times 0,8 = 0,48$.

On peut maintenant donner la loi de probabilité :

| | | | |
|--------------|-------------|-------------|-------------|
| v_i | 80 | 100 | 120 |
| $p(V = v_i)$ | 0,08 | 0,44 | 0,48 |

L'espérance est : $E(V) = 80 \times 0,08 + 100 \times 0,44 + 120 \times 0,48 = 108$.

Cela signifie que le **prix moyen d'un voyage** est 108 €.

1d. Calculs de probabilités

La loi de probabilité d'une variable X permet de calculer des probabilités d'événements de la forme $p(X = k)$ ou $p(X \leq k)$.

Lorsqu'une loi de probabilité est donnée sous la forme d'un tableau :

Pour calculer des probabilités $p(X = k)$ ou $p(X \leq k)$, on **additionne les probabilités correspondantes**.

| | | | |
|--------------|-------|-------|-------|
| x_i | x_1 | x_2 | x_3 |
| $p(X = x_i)$ | p_1 | p_2 | p_3 |

Exemple ☹ Une usine vend des pièces pour appareils électroménagers. Certaines pièces ayant des défauts, leur prix de vente est réduit. On tire au hasard une pièce à vendre et on appelle X son prix de vente. On donne la loi de X .

| | | | | |
|--------------|-------|-------|-----|-------|
| x_i | 10 | 12 | 15 | 20 |
| $p(X = x_i)$ | 0,006 | 0,031 | ... | 0,942 |

1. Calculer la probabilité manquante.
2. Donner $p(X = 12)$ et calculer $p(X \leq 15)$.
3. Exprimer la probabilité que le prix de vente soit strictement supérieur à 13 à l'aide de la variable aléatoire X , puis calculer cette probabilité.
4. Calculer $E(X)$.

1. La somme des probabilités doit être 1. On calcule donc :

$$p(X = 15) = 1 - (0,006 + 0,031 + 0,942) = 1 - 0,979 = \mathbf{0,021}.$$

2. • $p(X = 12)$ se lit directement dans le tableau, c'est **0,031**.

• On calcule $p(X \leq 15)$ en additionnant les trois probabilités correspondantes :

$$p(X \leq 15) = p(X = 10) + p(X = 12) + p(X = 15)$$

$$p(X \leq 15) = 0,006 + 0,031 + 0,021$$

$$p(X \leq 15) = \mathbf{0,058}$$

3. La probabilité demandée s'écrit $p(X > 13)$.

On additionne les deux probabilités correspondantes :

$$p(X > 13) = p(X = 15) + p(X = 20)$$

$$p(X > 13) = 0,021 + 0,942$$

$$p(X > 13) = \mathbf{0,963}$$

$$4. E(X) = 10 \times 0,006 + 12 \times 0,031 + 15 \times 0,021 + 20 \times 0,942 = \mathbf{19,587}$$

2. Loi de Bernoulli, répétition

2a. Épreuve de Bernoulli

Une **épreuve de Bernoulli** est une **expérience aléatoire à deux issues** :

- S que l'on nomme « succès », de probabilité p
- \bar{S} que l'on nomme « échec », de probabilité $(1 - p)$.

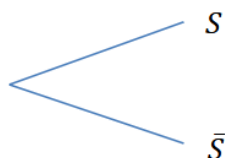
Une variable aléatoire X suit une **loi de Bernoulli** si elle ne prend que deux valeurs :

- 1 en cas de succès, avec probabilité p
- 0 en cas d'échec avec probabilité $(1 - p)$

Une **épreuve de Bernoulli** peut donc s'assimiler à un **pile ou face** avec une pièce éventuellement **non-équilibrée**.

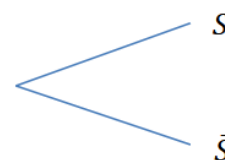
Exemple 1 ☹ Dans chaque cas, le paramètre p d'une épreuve de Bernoulli est donné.
Compléter l'arbre et la loi de la variable X associée.

$p = 0,3$



| | | |
|--------------|--|--|
| x_i | | |
| $p(X = x_i)$ | | |

$p = 0,724$



| | | |
|--------------|--|--|
| x_i | | |
| $p(X = x_i)$ | | |

Exemple 2 ☹ On tire une boule dans une urne, comportant 3 boules vertes et 12 boules rouges.
On gagne si la boule tirée est verte.

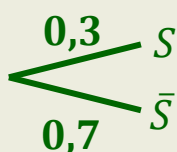
Est-ce-que cela correspond à une épreuve de Bernoulli ? Si oui, préciser le paramètre.

Exemple 3 ☹ Pendant un cours d'anglais, un professeur interroge un élève au hasard dans une classe de 14 filles et 11 garçons. Si on considère l'événement F : « interroger une fille », est-ce-que cela correspond à une épreuve de Bernoulli ? Si oui, préciser le paramètre, réaliser l'arbre et donner la loi de la variable X associée.

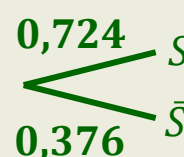
Exemple 4 ☹ Fiona joue à Pierre-Feuille-Ciseaux.

Peut-on assimiler le choix de son adversaire à une épreuve de Bernoulli ?

Exemple 1



| | | |
|--------------|-----|-----|
| x_i | 0 | 1 |
| $p(X = x_i)$ | 0,7 | 0,3 |



| | | |
|--------------|-------|-------|
| x_i | 0 | 1 |
| $p(X = x_i)$ | 0,376 | 0,724 |

Exemple 2

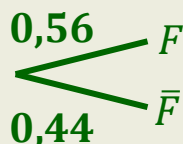
Il s'agit bien d'une **épreuve de Bernoulli** car cette expérience n'a que **deux issues** (boule verte, ou boule rouge).

Le paramètre p est la probabilité de tirer une boule verte : $p = \frac{3}{15} = 0,2$

Exemple 3

Il s'agit bien d'une **épreuve de Bernoulli** car cette expérience n'a que **deux issues** (fille ou garçon).

Le paramètre p est la probabilité d'interroger une fille : $p = \frac{14}{25} = 0,56$



| | | |
|--------------|-------------|-------------|
| x_i | 0 | 1 |
| $p(X = x_i)$ | 0,44 | 0,56 |

Exemple 4

Ce n'est **pas une épreuve de Bernoulli** car cette expérience a **trois issues** : pierre, feuille ou ciseaux.

2b. Répétition d'épreuves

Un **schéma de Bernoulli** est la répétition d'épreuves de Bernoulli **identiques** et **indépendantes**. On les représente par un arbre.

Exemple 1 La probabilité qu'un appel aux pompiers soit injustifié est 0,19.

Lors d'une journée, deux appels sont passés les uns après les autres.

- Réaliser un arbre pondéré d'après la situation.
- Quelle est la probabilité que les deux appels soit injustifiés ?
- Quelle est la probabilité qu'un seul appel sur les deux soit injustifié ?

Exemple 2 Sur les 1 200 élèves d'un lycée, 180 élèves pratiquent une activité sportive.

On interroge trois élèves au hasard.

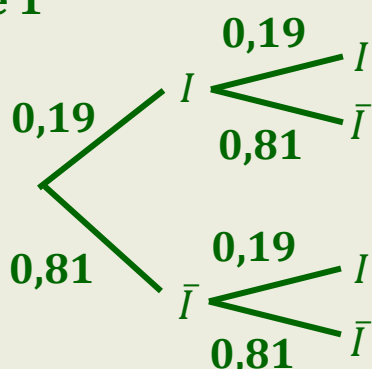
- Représenter la situation par un arbre.
- Quelle est la probabilité qu'aucun élève ne pratique d'activité sportive ?
- Quelle est la probabilité qu'exactement un élève pratique une activité sportive ?

Exemple 3 On considère une importante livraison de sacs à destination d'une chaîne de supermarchés. On prélève au hasard 4 sacs. On admet que dans la production de cette entreprise, 3 % des sacs présentent un défaut. Calculer la probabilité que parmi les 4 sacs prélevés, aucun ne présente de défaut.

Le résultat sera donné sous forme décimale, arrondi au millième.

Exemple 1

a.



b. La probabilité que les deux appels soient injustifiés revient à suivre le parcours « I puis I » dans l'arbre. On multiplie les deux probabilités sur les branches :

$$0,19 \times 0,19 = 0,0361 = \mathbf{3,61\%}$$

c. La probabilité qu'un seul appel soient injustifié correspond à **deux parcours** : « I puis I-bar » mais aussi « I-bar puis I ».

On additionne donc la probabilité de ces deux parcours :

$$0,19 \times 0,81 + 0,81 \times 0,19$$

$$= 0,1589 + 0,1589$$

$$= 0,3078$$

$$= \mathbf{30,78\%}$$

Exemple 2

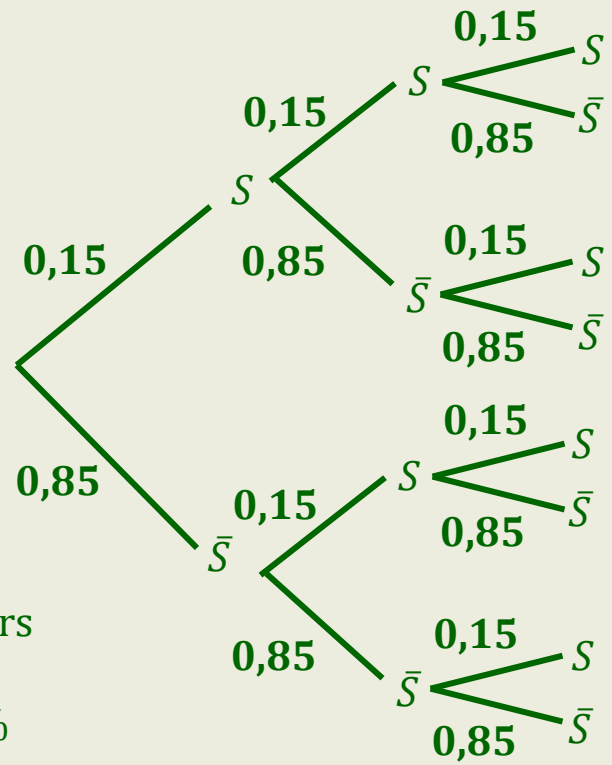
a. La probabilité qu'un élève interrogé pratique une activité sportive est

$$p = \frac{180}{1\ 200} = 0,15.$$

C'est la probabilité de « succès » du schéma de Bernoulli.

On construit donc un arbre à trois répétitions.

En général, on n'a pas besoin d'écrire les probabilités sur toutes les branches comme ci-contre, car elles sont identiques.



b. Cette probabilité correspond au parcours « \bar{S} puis \bar{S} puis \bar{S} » dont la probabilité est $0,85 \times 0,85 \times 0,85 = 0,85^3 \approx 0,61 \approx 61\%$

c. Cette probabilité correspond à trois parcours (tous de même probabilité) avec un S et deux \bar{S} , par exemple « \bar{S} puis S puis \bar{S} ». On ajoute donc ces trois probabilités :

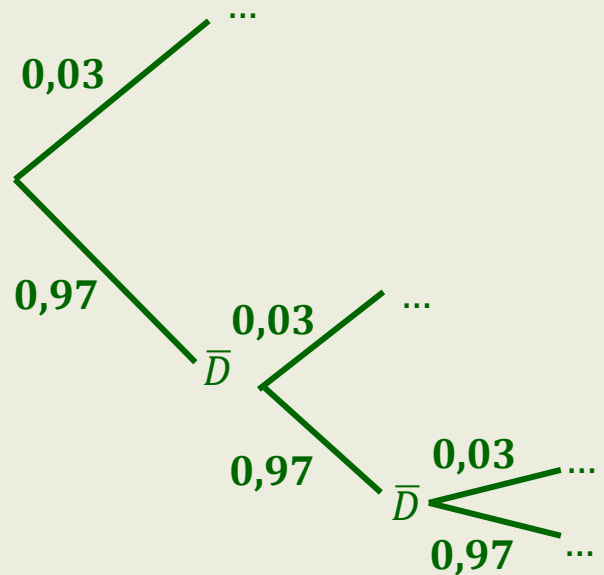
$$0,15 \times 0,85 \times 0,85 + 0,85 \times 0,15 \times 0,85 + 0,85 \times 0,85 \times 0,15 \approx 32\%$$

Exemple 3

Il faudrait tracer un arbre avec 4 répétitions, ce qui est beaucoup trop long.

Mais comme on nous demande la probabilité qu'aucun sac ne présente de défaut, on peut se contenter d'imaginer l'arbre comme ci-contre.

La probabilité de n'avoir que des sacs sans défaut correspond donc au parcours « tout en bas », qui ne passe que par des \bar{D} .



La probabilité qu'aucun sac ne présente de défaut sur les 4 sacs prélevés est :

$$0,97 \times 0,97 \times 0,97 \times 0,97 = 0,97^4 \approx 0,885 \text{ (arrondie au millième comme demandé).}$$

2c. Répétitions et variables aléatoires

Lorsqu'on répète n épreuves de Bernoulli, le **nombre N de succès** est une variable aléatoire, comprise entre 0 et n .

Exemple 1 Lorsqu'il fait ses devoirs, Ismaël n'éteint jamais son téléphone. Quand il reçoit un message, il y a 64% de probabilité qu'il le regarde. Pendant tout le temps qu'il a consacré à ses devoirs, il a reçu 3 messages. Soit N le nombre de messages qu'Ismaël a regardés.

a. Réaliser un arbre pondéré d'après la situation. b. Calculer $p(N = 3)$, puis calculer $p(N = 2)$.

Exemple 2 On considère une urne contenant 7 boules blanches et 3 boules rouges, indiscernables au toucher. On réalise l'épreuve aléatoire suivante : un joueur pioche au hasard une boule, il note sa couleur, puis la remet dans l'urne. On décide de répéter successivement trois fois cette épreuve aléatoire.

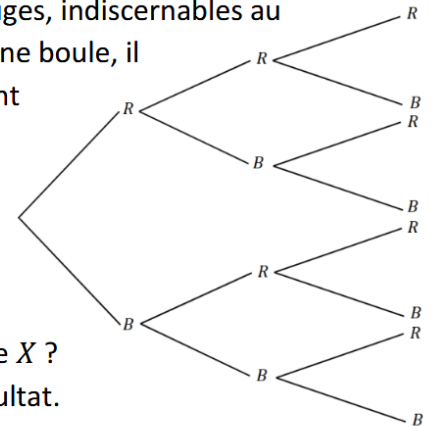
1. Représenter cette situation par un arbre comme ci-contre.

2. À l'issue des 3 tirages, le joueur gagne 5 euros pour chaque boule rouge obtenue, et il perd 3 euros pour chaque boule blanche obtenue.

On note X la variable aléatoire donnant le gain algébrique du joueur en euro.

a. Si on pioche deux boules rouges et une boule blanche, quelle est la valeur de X ?

b. Donner la loi de probabilité de X . c. Calculer $E(X)$. Interpréter le résultat.



Exemple 3 La probabilité de crevaison d'un pneu (avant ou arrière) sur un parcours de vélo est égale à 0,02. On note C l'évènement "un pneu a crevé sur une section du parcours".

1. a. Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.

b. Déterminer la probabilité d'avoir deux pneus crevés lors de ce parcours.

2. Mathys s'entraîne sur ce parcours quatre fois par semaine ; le matériel de réparation pour un pneu lui coûte 7 €. On note X la variable aléatoire égale à la somme dépensée en réparation sur un trajet en vélo.

a. Donner la loi de probabilité de la variable X et calculer son espérance.

b. En déduire le budget que doit prévoir Mathys sur une année pour réparer ses éventuelles crevaisons.

Exemple 1

a. On réalise l'arbre ci-contre (le « succès » correspondant au fait qu'Ismaël regarde un message).

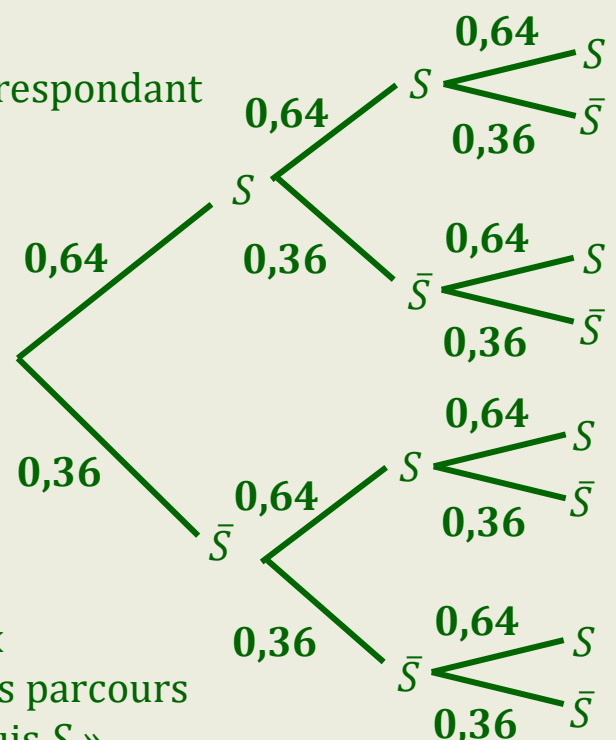
b.

• $p(N = 3)$ est la probabilité qu'il regarde les trois messages, ce qui correspond au parcours « S puis S puis S ».

$$p(N = 3) = 0,64 \times 0,64 \times 0,64 \approx 26\%$$

• $p(N = 2)$ est la probabilité qu'il regarde deux messages sur les trois, ce qui correspond à trois parcours de même probabilité, par exemple « S puis \bar{S} puis S ».

$$p(N = 2) = 0,64 \times 0,64 \times 0,36 + 0,64 \times 0,36 \times 0,64 + 0,36 \times 0,64 \times 0,64 \approx 44\%$$



Exemple 2

1. La probabilité de tirer une boule blanche est

$$p = \frac{7}{10} = 0,7$$

On peut donc réaliser l'arbre ci-contre.

2a. Si on pioche deux boules rouges et une boule blanche, on perd $2 \times 3 = 6\text{€}$ mais on en regagne 5.

Ainsi, X vaut alors $-6 + 5 = -1\text{€}$.

2b. Les valeurs possibles sont :

- **15€** (on tire 3 boules blanches)
- **7€** (on tire 2 boules blanches et 1 rouge)
- **-1€** (on tire 1 boule blanche et 2 rouges comme en 2a)
- **-9€** (on tire 3 boules rouges)

Calculons les probabilités.

- La probabilité de gagner 15€ correspond au parcours « B puis B puis B ».

$$p(X = 15) = 0,7 \times 0,7 \times 0,7 = \mathbf{0,343}$$

- La probabilité de gagner 7€ correspond à trois parcours :

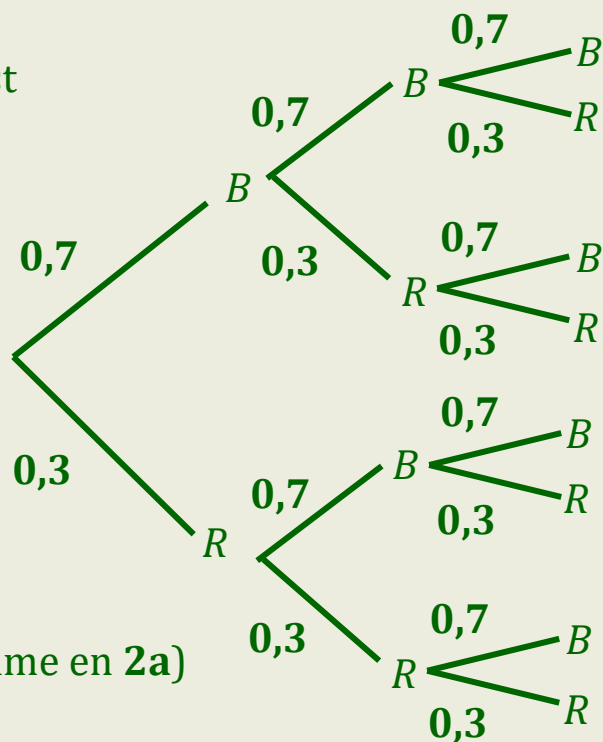
$$p(X = 7) = 0,7 \times 0,7 \times 0,3 + 0,7 \times 0,3 \times 0,7 + 0,3 \times 0,7 \times 0,7 = \mathbf{0,441}$$

- La probabilité de perdre 1€ correspond aussi à trois parcours :

$$p(X = -1) = 0,7 \times 0,3 \times 0,3 + 0,3 \times 0,3 \times 0,7 + 0,3 \times 0,7 \times 0,3 = \mathbf{0,189}$$

- La probabilité de perdre 9€ correspond au parcours « R puis R puis R ».

$$p(X = -9) = 0,3 \times 0,3 \times 0,3 = \mathbf{0,027}$$



| x_i | 15 | 7 | -1 | -9 |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| $p(X = x_i)$ | 0,343 | 0,441 | 0,189 | 0,027 |

$$2c. E(X) = 15 \times 0,343 + 7 \times 0,447 - 1 \times 0,189 - 9 \times 0,027 = \mathbf{7,8}$$

Cela signifie qu'en moyenne, on gagne **7,80€** en jouant à ce jeu.

Exemple 3

1a. Ci-contre.

1b. Il s'agit de la probabilité du parcours « C puis C »

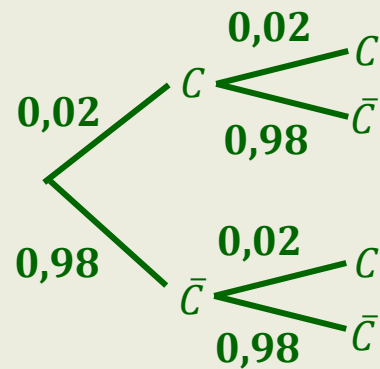
$$0,02 \times 0,02 = \mathbf{0,0004}$$

2a. Sur un trajet, on peut dépenser :

- 14€ pour deux crevaisons, c'est le cas dans la question 1b. Ainsi $p(X = 14) = \mathbf{0,0004}$.

- 7€ pour une seule crevaison, ce qui correspond aux parcours « C puis \bar{C} » et « \bar{C} puis C ». $p(X = 7) = 0,98 \times 0,02 + 0,02 \times 0,98 = \mathbf{0,0392}$

- 0€ sans crevaison : $p(X = 0) = 0,98 \times 0,98 = \mathbf{0,9604}$



| | | | |
|--------------|---------------|---------------|---------------|
| x_i | 14 | 7 | 0 |
| $p(X = x_i)$ | 0,0004 | 0,0392 | 0,9604 |

$$E(X) = 14 \times 0,0004 + 7 \times 0,0392 + 0,9604 = \mathbf{0,28}$$

En moyenne, Mathys dépense donc 0,28 € par trajet.

2b. Une année comporte 52 semaines et Mathys s'entraîne 4 fois par semaine.

On calcule donc $4 \times 52 \times 0,28 = \mathbf{58,24€}$.