Exercice : inverse de matrice 2×2

Déterminer si les matrices suivantes sont inversibles, et le cas échéant, donner leurs inverses.

$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

Exercice : inverses exprimés en fonction d'une matrice 3×3

Exercice 1 On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

Montrer que $A^2 + A = 2I$ et en déduire que A est inversible. Calculer alors A^{-1}.

Exercice 2 On considère la matrice $M = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Montrer que $5M - M^2 = 4I$ et en déduire que M est inversible. Exprimer M^{-1} en fonction de M.

Exercice : matrices 3×3 non inversibles

Exercice 1 On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, et on considère une matrice $M = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$

Effectuer le produit AM. En déduire que la matrice A n'est pas inversible.

Exercice 2 On considère la matrice $N = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Calculer N^2 et N^3. N est-elle inversible ?

Exercice 3 On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ et $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

Effectuer les produits AB et AC. En déduire que la matrice A n'est pas inversible.

charly-piva.fr